

Projekt ma na celu rewizję aktualnych poglądów na podstawy rachunku różniczkowego w kategoriach relacji między intuicją przestrzeni i ruchu a matematycznymi pojęciami granicy, ciągłości i funkcji. Nasz projekt jest interdyscyplinarny: zarówno filozoficzny, jak i matematyczny. Podważamy stanowisko Rafaela Núñeza odnośnie roli intuicji w rozwoju rachunku różniczkowego.

Podczas gdy klasyczna historia rachunku różniczkowego wywodzi program arytmetyzacji analizy z *Cours d'Analyse* Cauchy'ego (1821), nasze argumenty oparte są na nowej interpretacji pism matematycznych Bernarda Bolzano, przede wszystkim na dziełach *Rein analytischer Beweis* (1817) i *Paradoxien des Unendlichen* (1851). Jest tak dlatego, że po pierwsze, Bolzano przedstawił dualność między analizą rzeczywistą i niestandardową. W (Bolzano, 1817) opracował podstawy analizy rzeczywistej, a w (Bolzano, 1851) zastosował techniki, które obecnie można łatwo interpretować w analizie niestandardowej. Po drugie, Bolzano dokonał również podziału greckiej koncepcji ciągłości. Po trzecie, definicja funkcji ciągłej podana przez Bolzano jest motywacją dla naszego badania luki między logiczną strukturą języka naturalnego i symbolicznego.

Núñez podważa twierdzenie, że „arytmetyzacja rachunku różniczkowego oznaczała odejście od intuicji przestrzenno-dynamicznych, ugruntowując pojęcia w statycznych, ścisłych definicjach”. Jego argumenty można podsumować w następujący sposób: (1) granica, ciągłość i funkcja są podstawowymi pojęciami rachunku różniczkowego; (2) istnieje „naturalna”, „dynamiczna koncepcja ciągłości”, która charakteryzowała myślenie matematyczne aż do końca pierwszych dekad XIX wieku. Jednak „naturalna ciągłość” jest również „zgodna z ideą ciągłości rozumianą poza matematyką, czerpiąc z podstawowych, wspólnych intuicji przestrzeni i ruchu”; (3) sugestywny język używany zarówno przez profesjonalnych matematyków, jak i uczniów, określony w nauczaniu i uczeniu się rachunku różniczkowego, ma kompensować lukę między „statycznymi, rygorystycznymi definicjami” a „naturalną intuicją ciągłości”.

Staramy się zrewidować te trzy podstawowe twierdzenia pokazując, że: (ad 1) istnieją teorie matematyczne podważające model Núñeza; (ad 2) „naturalna ciągłość” Núñeza jest w istocie starożytną grecką koncepcją ciągłości; (ad 3) język sugestywny ujawniony przez Núñeza wynika z luki pomiędzy logiczną strukturą definicji funkcji ciągłej podanej w języku naturalnym a jej symbolicznym odpowiednikiem.

Projekt ma znacznie dla filozofii i podstaw matematyki. Podajemy założenia geometrycznego okresu rachunku różniczkowego. Wykazujemy, że „naturalna ciągłość” Núñeza jest tylko starożytną grecką koncepcją ciągłości. Pokazujemy, że dwa różne pojęcia ciągłości, które charakteryzują współczesną matematykę pochodzą od (Bolzano, 1817).