

Projekt dotyczy klasycznych obiektów w rachunku prawdopodobieństwa: stochastycznej rekursji afinicznej, procesów gałęzkowych i spacerów losowych. Mają one rozliczne zastosowania w matematyce finansowej, biologii, czy też fizyce. Procesy te choć rozważane od dawna, wciąż nie są zbadane wystarczająco dokładnie i szereg pytań pozostaje bez odpowiedzi.

Stochastyczna rekursja afiniczna jest jednym z najbardziej znanych przykładów łańcuchów Markowa. Używana jest do modelowania w matematyce finansowej (np. modele ARCH, GARCH i BEKK). Prowadzi do konstrukcji klasycznych fraktali tj. trójkąta Sierpińskiego, paproci Barnsleya itd. W literaturze np. w znanej książce Barnsleya poświęconej fraktalom opisana jest pod nazwą iterowanych systemów funkcyjnych. Nieco ogólniejsze stochastyczne równania różnicowe używane są do opisu dynamiki populacji. Pojawia się również w czysto teoretycznej matematyce, np. w badaniu brzegów Poissona dla funkcji harmoniczych.

W ostatnich latach wiele wysiłku poświęciliśmy na zrozumienie "globalnych" własności stacjonarnych rozwiązań. Teraz zamierzamy badać lokalne, fraktalne, własności. Aktualnie szereg matematyków (Breuillard, Hochman, Shmerkin, Varju) zajmuje się badaniem splotu Bernoulliego, bardzo szczególnego przykładu stochastycznej rekursji afinicznej. Badania zapoczątkowane jeszcze przez Erdösa w latach trzydziestych doprowadziły w ostatnich latach do dosyć szczegółowego opisu jego fraktalnych własności. **W ramach projektu zamierzamy wyjść poza sploty Bernoulliego i badać absolutną ciągłość miar stacjonarnych w ogólnym przypadku, obejmując cały szereg innych przykładów.**

Stochastyczne równania różnicowe mogą być pomocne w badaniu fragmentacji. Jest to zjawisko dzielenia się cząstek na jeszcze mniejsze cząstki charakterystyczne dla wielu naturalnych procesów począwszy od degradacji polimerów, a na dynamice planktonu skończywszy. Ze względu na wpływ wielu czynników analiza fragmentacji jest złożona. **Można do niej użyć równań transportu i wtedy dobrze jest pokazać istnienie rozwiązań samopodobnych. W tym celu chcielibyśmy posłużyć się stochastycznymi równaniami różnicowymi.**

Procesy gałęzkowe używane są do modelowania rozwoju populacji. Najprostszym i najbardziej znanym jest proces Galtona-Watsona, gdzie populacja rozwija się w środowisku niezmiennym w czasie. Chcemy badać model bardziej realistyczny, gdy zewnętrzne środowisko ma wpływ na generowanie kolejnych generacji. Obiekt ten jest nazywany procesem gałęzkowym w losowym środowisku. Możemy myśleć o populacji roślin i cyklu jednorocznym. Co roku środowisko zmienia się i wpływa na mechanizm reprodukcyjny.

Postawowe pytania dotyczące procesów gałęzkowych, to prawdopodobieństwo przeżycia populacji i **prawdopodobieństwo odchylenia się wielkości populacji od średniej.** To pierwsze jest dobrze rozpracowane. **Zamierzamy zajmować się drugim pytaniem i otrzymać opis dokładniejszy niż znany dotychczas. W szczególności zajmiemy się przypadkiem, gdy osobnicy w populacji mają różne typy czyli tak naprawdę mamy "wektor" dzieci.**

Klasyczne spacery losowe stanowią dyskretny model szeregu ważnych procesów, np. opisujących propagację ciepła lub dyfuzji. Z praktycznych powodów założenie jednorodności środowiska jest niewłaściwe i dlatego bada się procesy określone w nieregularnym środowisku, które bierze pod uwagę defekty czy fluktuacje. To właśnie prowadzi do spacerów losowych w losowym środowisku. Oznacza to, że prawdopodobieństwo pójścia spaceru w określonym kierunku zależy losowo od miejsca położenia.

Zamierzamy badać asymptotyczne własności spacerów losowych w losowym środowisku, w tym odchylenia od zachowania przewidywanego przez średnią. **Okazuje się, że wiele nowych informacji można uzyskać łącząc ten obiekt z procesami gałęzkowymi z imigracją, a te ostatnie ze stochastyczną rekursją afiniczną. Oznacza to, że możemy zastosować metody, na których dobrze się znamy i badać odchylenie się spaceru od zachowania typowego przewidzianego przez jego parametry.**