

PROJEKT NAUKOWY

Nasz projekt dotyczy geometrii odwzorowań wielomianowych i semi-algebraicznych. Rozważamy następujące zagadnienia:

1) Przedłużanie odwzorowań bi-lipszycowskich

Niech X, Y będą przestrzeniami metrycznymi (głównie podzbiórami \mathbb{R}^n). Mówimy, że odwzorowanie bijektywne $f : X \rightarrow Y$ jest bi-lipszycowskie jeśli istnieje stała dodatnia K , taka że

$$\frac{1}{K}|x - y| < |f(x) - f(y)| < K|x - y|,$$

dla wszystkich $x, y \in X$. Badanie takich odwzorowań jest dzisiaj ważną częścią teorii osobliwości i geometrii algebraicznej. Używając metod geometrii lipszycowskiej możemy sklasyfikować zbiory algebraiczne rzeczywiste i zespolone. Zamierzamy dowieść, że każdy zbiór semi-algebraiczny wymiaru k ma tylko jedno bi-lipszycowskie zanurzenie w \mathbb{R}^n o ile $n > 2k + 1$ (z dokładnością do bi-lipszycowskiego homeomorfizmu przestrzeni \mathbb{R}^n).

2) Stabilność odwzorowań wielomianowych

Klasyczne metody teorii osobliwości nie stosują się do algebraicznych rodzin odwzorowań wielomianowych. Istotnie topologia Whitneya jest na takich rodzinach dyskretna. W naszym poprzednim projekcie zaczęliśmy rozwijać teorię osobliwości dla algebraicznych rodzin odwzorowań wielomianowych. W szczególności udowodniliśmy wersję twierdzenia Whitneya dla rodziny $\Omega_{\mathbb{C}^2}(d_1, d_2)$ odwzorowań wielomianowych $f : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ ustalonego stopnia. W tym projekcie definiujemy pojęcie stabilności odwzorowania wielomianowego i badamy jego własności.

3) Generyczny zbiór defektu symetrii różnicowości afinicznej

Od ponad dwadziestu lat rozwinięto wiele metod do badania afinicznej geometrii powierzchni i krzywych. Zbiory symetrii, zbiór środka symetrii i zbiór defektu symetrii były badane intensywnie dla gładkich owali. W naszym projekcie budujemy algebraiczny odpowiednik tej teorii i definiujemy pojęcie generycznego zbioru defektu symetrii. Pokażemy że ten zbiór ma tylko dobre osobliwości i opiszemy jego geometrię dla generycznej krzywej danego stopnia.

4) Topologiczna klasyfikacja odwzorowań kwadratowych $F : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^2, F : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$.

W naszym poprzednim projekcie sklasyfikowaliśmy topologicznie odwzorowania kwadratowe $F : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^n$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Tutaj chcemy sklasyfikować topologicznie odwzorowania kwadratowe $F : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^2, F : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$. Problem ten jest bardzo trudny, ale wierzymy, że przynajmniej częściowe rezultaty są możliwe do osiągnięcia.