Kategorie dokładne, abelowe i triangulowalne w algebrze i geometrii

Agnieszka Bodzenta

Ninejszy projekt dotyczy badań z zakresu geometrii algebraicznej. Dziedzina ta zajmuje się badanień rozmaitości algebraicznych, czyli zbiorów rozwiązań układów równań wielomianowych. W klasycznej geometrii algebraicznej znajdują zastosowanie różne narzędzia z zakresu algebry przemiennej. Główną matywacją dla badań są liczne zastosowania, między innymi w teorii liczb, fizyce matematycznej i teorii strun.

Na przestrzeni ostatnich trzydziestu lat odkryto, że różne kategorie, między innymi kategoria abelowa snopów koherentnych oraz jej kategoria pochodna, mogą służyć jako użyteczne narzędzia przy badaniu geometrii rozmaitości. Ponadto, oczekuje się, że kategorie te zawierają również informacje na temat rozmaitości biwymiernie równoważnych z początkową, to znaczy zawierających izomorficzne gęste podzbiory otwarte.

W tym projekcie planujemy dokładniej zbadać związek pomiędzy kategorią pochodną snopów koherentnych a geometrią biwymierną. Oczekujemy, że najprostsza biwymierna zmiana, tak zwany flop, jest blisko związana z pewnym działaniem grupy $\mathrm{sl}(2, \mathbb{Z}/4\mathbb{Z})$. Mamy nadzieję, że zrozumienie tego działania pozwoli nam odkryć związek pomiędzy geometrią biwymierną i teorią form modularnych.

Drugim celem tego projektu jest wprowadzenie kategorii dokładnych do zestawu narzędzi geometrii algebraicznej. Kategorie te zostały pierwotnie zdefiniowane przez Quillena w jego pracy nad wyższą algebraiczną K-teorią. Oczekujemy, że dokładniejsze badania nad strukturą kategorii dokładnych i stowarzyszonych z nimi kategorii abelowych doprowadzi do lepszego zrozumienia kategorii wiązek wektorowych na rozmaitościach algebraicznych.