

*Grafy* to struktury matematyczne opisujące relacje między obiektami. Każdy graf składa się ze zbioru *wierzchołków*, gdzie niektóre pary wierzchołków są połączone *krawędziami*. Obiekty te mogą służyć na przykład do modelowania sieci dróg, gdzie wierzchołki reprezentują skrzyżowania, a krawędzie między parami skrzyżowań oznaczają łączące je drogi. Inny przykład to graf w którym wierzchołkami są anteny telefonii komórkowej, gdzie dwie anteny są połączone krawędzią gdy obszary zasięgu tych anten się przecinają. Szczególną rolę odgrywają te grafy, które można reprezentować jako przecięcie pewnych szczególnych obiektów geometrycznych. Przykładowo, obszary zasięgu anten telefonii komórkowej można modelować kołami na płaszczyźnie i wtedy dowolne dwie anteny pokrywają to samo miejsce kiedy odpowiadające im koła się przecinają (czyli istnieje między nimi krawędź). Grafy takie nazywamy *grafami przecięć obiektów geometrycznych*.

Kolorowanie grafów jest fundamentalnym zagadnieniem, które już od XIX wieku stanowiło główną siłę napędową rozwoju teorii grafów (vide *problem czterech barw*). Kolorowanie grafu polega na przypisaniu wierzchołkom kolorów w taki sposób, żeby wierzchołki połączone krawędzią miały różne kolory. Najważniejszym wynikiem dotyczącym kolorowania grafów jest twierdzenie o czterech barwach, które mówi, że dowolną mapę podzieloną na spójne obszary (np. państwa) można pokolorować używając tylko czterech kolorów w taki sposób aby państwa mające wspólną granicę miały różne kolory. Pokolorowanie grafu małą liczbą kolorów nie zawsze jest możliwe, na przykład jeżeli w grafie znajdziemy dużo parami połączonych wierzchołków, to muszą one mieć parami różne kolory. Jednak często dla grafów przecięć geometrycznych jest to jedyna przeszkoda aby dało się pokolorować graf małą liczbą kolorów. Na przykład, jeżeli rozważymy dowolny graf przecięć prostokątów o bokach równoległych do osi układu współrzędnych, taki że w żadnym punkcie nie przecina się dużo prostokątów, to można go pokolorować małą liczbą kolorów.

Porządki częściowe są strukturami matematycznymi podobnymi do grafów, która opisują porządek między obiektami, gdzie dla każdej pary wierzchołków jeden może być więc *mniejszy* od drugiego, *większy* lub *nieporównywalny*. Podobnie jak zdefiniowaliśmy graf przecięć obiektów geometrycznych, możemy zdefiniować porządek zawierania obiektów geometrycznych, gdzie jeden obiekt jest mniejszy od drugiego, jeżeli jest w nim zawarty.

Celem projektu jest badanie związków między grafami przecięć obiektów geometrycznych a porządkami częściowymi. Te związki są widoczne w wielu już znanych wynikach. Chcemy również prowadzić badania między innymi nad reprezentacjami geometrycznymi w których reprezentacja jest dana razem z pewnym naturalnym liniowym porządkiem na tych obiektach, rozmieszczeniach kolejkowych i stosowych, wymiarem i wymiarem boolowskim porządków częściowych.

Efekty realizacji projektu będziemy ogłaszać światu poprzez wystąpienia na najlepszych konferencjach tematycznych oraz w publikacjach w czasopiśmie o uznanej renomie międzynarodowej.