

## Popularnonaukowe streszczenie projektu

Celem projektu jest badanie stochastycznych równań różniczkowych wstecz (SRRW) z odbiciem z dwiema barierami opcjonalnymi na przestrzeni probabilistycznej z ogólną filtracją. Klasa procesów opcjonalnych jest bardzo szeroka, trajektorie takich procesów w ogólności mogą być całkowicie nieregularne. W projekcie zakładamy jedynie, że filtracja jest prawostronnie ciągła, a zatem obejmuje w szczególności standardowe modele z dynamiką opisaną przez ruch Browna oraz losową miarę Poissona.

Pojęcie SRRW jest ściśle powiązane z matematyką finansową. W modelach opartych na tych równaniach, bariery opisują procesy wypłaty, natomiast filtracja jest generowana przez procesy cen akcji. Teoria SRRW wiąże się również z tzw. problemem z przeszkodą dla równań różniczkowych cząstkowych. Przykładowo, gdy rozważymy równanie różniczkowe cząstkowe z operatorem Laplace'a, wówczas mamy do czynienia z tzw. równaniem ciepła, opisującym rozkład temperatury w danym obszarze i określonym czasie. Przeszkody w tym przypadku opisują dolną i górną barierę osiągalnej temperatury. Powiązane SRRW opisują przedstawiony model, lecz na poziomie cząsteczek. W języku SRRW, filtracja jest związana z operatorem Laplace'a, a bariery związane są z ograniczeniami na temperaturę.

Stochastyczne równania różniczkowe wstecz z odbiciem z regularnymi barierami i specjalną klasą filtracji, były obiektem intensywnych badań przez ostatnie dwie dekady. Powodem tego jest fakt, że mają one liczne zastosowania w równaniach różniczkowych cząstkowych i matematyce finansowej. Pojęcie SRRW zostało wprowadzone w latach 1995-1997 przez El Karoui ze współpracownikami oraz Cvitanica i Karatzasa.

W ostatnich latach matematycy zaczęli badać równania z mniej regularnymi barierami na przestrzeniach z ogólną filtracją. Studiowanie równań tego typu jest z reguły trudne, gdyż niestandardowe dane powodują powstanie nowych, subtelnych zjawisk i problemów, ponadto większość klasycznej literatury dotyczącej teorii procesów koncentruje się na procesach regularnych. Z drugiej strony, z tych samych powodów, rodzą się nowe, interesujące wyzwania i problemy matematyczne.

W projekcie chcemy zbadać SRRW z barierami opcjonalnymi, całkowalnymi danymi, ogólną filtracją prawostronnie ciągłą oraz ciągłym, niemalejącym generatorem bez założeń na wzrost. Rozpatrujemy dwa przypadki: gdy bariera spełnia tzw. warunek Mokobodzkiego oraz przypadek, gdy warunek ten nie jest spełniony. Przypadek drugi przy założeniu, że bariery są tylko opcjonalne, nie był badany wcześniej w literaturze, więc będzie obiektem badań po raz pierwszy w naszym projekcie. Przypadek ten prowadzi do całkowicie nowego podejścia do SRRW z odbiciem, w którym rozwiązania mogą być nieregularne, jednakże są one bardzo ważne ze względu na zastosowania w uogólnionych grach Dynkina.

W badaniach chcemy się skupić na podstawowych problemach: istnieniu i jednoznaczności rozwiązania, regularności i stabilności rozwiązań i ich związków z uogólnionymi grami Dynkina.