

## Popularnonaukowe streszczenie projektu

Ten projekt dotyczy *Geometrycznej Teorii Grup*, w której badamy grupy używając metod geometrycznych, topologicznych i analitycznych.

Głównym obiektem naszych zainteresowań będą *grupy Artina* – klasyczna rodzina grup, które w ostatnim czasie znalazły się w centrum zainteresowania nie tylko Geometrycznej Teorii Grup. Głównym walorem grup Artina jest ich wyjątkowa obfitość: mamy mnóstwo interesujących podklas, z których każda uwidacznia jakiś szczególny fenomen dostrzegalny w ogólnej teorii grup. W przypadku każdego takiego fenomenu grupy Artina dostarczają doskonałego pola doświadczalnego do testowania hipotez i idei, bo grupy Artina nie tylko tworzą rozległą klasę, ale pozwalają się dobrze badać za pomocą opisującej je struktury kombinatorycznej.

Jest pięć głównych podklas grup Artina, na których chcemy się skoncentrować w tym projekcie: grupy Artina *typu FC*, *klasycznego typu*, *typu euklidesowego*, jak również *dwuwymiarowe* i *prostokątne* grupy Artina. Dla każdego z tych typów mamy oddzielne ścieżki badań.

Dla grup Artina typu FC, typu klasycznego i dwuwymiarowych, pragniemy pokazać *Hipotezę Farrella–Jonesa*. Hipoteza ta wiąże ze sobą algebraiczną  $K$ -teorię grupy z homologiami przestrzeni klasyfikującej dla rodziny podgrup wirtualnie cyklicznych tej grupy. Dokładniej, hipoteza postuluje, że pewne odwzorowanie – „assembly map” – jest izomorfizmem.

Dla grup Artina typu klasycznego i euklidesowego zbadamy wyższe generowanie przez podgrupy. W kontekście *grup warkoczy* (które same są grupami Artina typu klasycznego) pokazano, że takie generowanie jest powiązane z własnościami spójności pewnego kompleksu, tzw. „matching complex”. Będziemy badali tę zależność dla wszystkich grup Artina typu klasycznego i euklidesowego, celem uogólnienia rezultatów otrzymanych dla grup warkoczy.

Prostokątne grupy Artina (RAAG) są prawdopodobnie najprostsze i najlepiej zrozumiane wśród grup Artina. Jednakże ich automorfizmy są niesłychanie interesujące, ponieważ leżą niejako na pograniczu automorfizmów wolnych grup abelowych i wolnych grup nieabelowych. Skoncentrujemy się na dwóch aspektach automorfizmów RAAGów, jednym geometrycznym i jednym topologicznym. Po stronie geometrycznej, będziemy badali problem *Realizacji Nielsenowskiej*, tzn. postaramy się pokazać, że skończone podgrupy automorfizmów RAAGa  $A_\Gamma$  działają na „skośnym” kompleksie kostkowym z grupą podstawową  $A_\Gamma$  w taki sposób, że indukowane działanie zewnętrzne na grupie podstawowej zgadza się z algebraicznym działaniem, od którego wychodzimy.

Po stronie topologicznej, będziemy badali sztywność  $\text{Aut}(A_\Gamma)$  w kontekście odwzorowania z zupełnych grup Čecha (ta klasa zawiera grupy polskie i wszystkie grupy lokalnie zwarte). Precyzyjniej, postaramy się udowodnić, że każdy homomorfizm z zupełnej grupy Čecha do  $\text{Aut}(A_\Gamma)$  jest ciągły i otwarty, przy założeniu, że jego obraz jest „duży” (tzn. zawiera element nieskończonego rzędu). Taki rezultat będzie punktem wyjścia dla dalszych badań w tym kierunku.

Oczekujemy, że zaproponowane tutaj badania rzucą nowe światło na grupy Artina poprzez uwytklenie wielorakich fenomenów dla różnych podklas. Przedstawiony projekt zrealizuje w pełni potencjał synergii związany z zestawieniem ze sobą zaangażowanych naukowców niemieckich i polskich, i połączy ich unikalne doświadczenia i oczekiwania w celu zmaksymalizowania wpływu na rozwój Geometrycznej Teorii Grup.

Kilka z zaproponowanych kierunków badawczych jest pomyślanych jako projekty doktorskie. Doktoranci powinni odnieść znaczące korzyści z bycia częścią zróżnicowanego, ale zogniskowanego środowiska naukowego stworzonego przez grupę badawczą tego projektu.