Przedstawiany projekt dotyczy zagadnień teorii *układów dynamicznych*. Jest to stosunkowo młoda dziedzina matematyki, której początki sięgają przełomu XIX i XX wieku i związane są z badaniem równań różniczkowych opisujących ruch wielu ciał (na przykład Słońca, Ziemi i planet) pod wpływem sił grawitacji. Okazało się, że rozwiązania takich równań nie dają się dokładnie opisać poprzez proste wzory i wymagają wypracowania innych (*jakościowych*) metod ich analizy. Innym czynnikiem, który wpłynął na rozwój tej dziedziny badań były pytania dotyczące zagadnień fizyki statystycznej, zajmującej się układami wielu oddziałujących ciał, na przykład cząsteczek gazu. Do analizy takich układów potrzebne są metody stochastyczne (*ergodyczne*), pochodzące z teorii prawdopodobieństwa.

Teoria układów dynamicznych (w ujęciu *autonomicznym*) bada długookresową ewolucję danego układu, którą można opisać przez niezmienne w czasie deterministyczne reguły. W języku matematycznym ewolucja ta może być zadana przez *iteracje* (wielokrotne złożenia) pewnego przekształcenia. W tym ujęciu czas mierzony jest przez liczbę iteracji tego przekształcenia i nazywany jest czasem *dyskretnym*. Interesuje nas, co dzieje się z typowymi punktami układu po długim czasie, czy ich zachowanie ma charakter *regularny* (stabilny) czy *chaotyczny* i jakie własności mają zbiory punktów o podobnym zachowaniu. Jeśli dopuścimy przypadek, gdy reguła opisująca ewolucję układu może zmieniać się w czasie, powstaje *nieautonomiczny* układ dynamiczny. Szczególna sytuacja ma miejsce, gdy przekształcenie opisujące tę ewolucję wybierane jest za każdym razem w sposób losowy. Prowadzi to do teorii *losowych* układów dynamicznych.

Przedstawiany projekt dotyczy badania rzeczywistych i zespolonych niskowymiarowych układów dynamicznych, zarówno w ujęciu autonomicznym, jak i losowym. Dziedzina ta przeżywa od lat 70-tych XX wieku okres żywiołowego rozwoju, stając się atrakcyjnym tematem badań dla wielu matematyków. Znaczenie tej klasy układów jest również związane z tym, że wyrosło z niej wiele modeli matematycznych opisujących zjawiska badane w naukach przyrodniczych i społecznych.

W przypadku zespolonym bada się holomorficzne przekształcenia płaszczyzny zespolonej. W ujęciu dynamicznym płaszczyznę tę można podzielić na dwa podzbiory – *zbiór Fatou*, gdzie iteracje przekształcenia zachowują się w sposób regularny i *zbiór Julii*, gdzie dynamika ma charakter chaotyczny. Okazuje się, że zbiór Julii jest zazwyczaj skomplikowany pod względem topologicznym i geometrycznym. W szczególności często występuje tu zjawisko *samopodobieństwa*, czyli podobieństwa dowolnie małych fragmentów do całości, a także inne własności fraktalne. W ramach projektu chcemy zbadać pewne elementy tzw. *formalizmu termodynamicznego* (ciśnienie topologiczne i miary konforemne) dla przekształceń *przestępnych* (nieskończonego stopnia), co pozwala m.in. na precyzyjne opisanie geometrycznych własności zbioru Julii i obliczenie różnego rodzaju jego wymiarów. Będziemy też badać, jak wymiary te zmieniają się pod wpływem zmiany przekształcenia. Wśród innych rozważanych zagadnień jest opis zbiorów punktów, które dążą do nieskończoności w zadanym tempie pod działaniem iteracji przekształcenia, a także zbadanie topologicznej i geometrycznej struktury zbioru Julii dla pewnych klas przekształceń przestępnych.

Kolejnym zagadnieniem zaproponowanym w przedstawianym projekcie jest zbadanie ergodycznych własności tzw. *zgrubnie rozszerzających przekształceń konforemnych*. Przykładami takich funkcji są szczególnego rodzaju rozgałęzione nakrycia sfery, uogólniające tzw. *przekształcenia Thurstona*. Mamy zamiar rozwinąć teorię ergodyczną takich przekształceń, badając m.in. rozbicia Markowa, dynamikę symboliczną i miary związane z dynamiką przekształcenia. Warto podkreślić, że teoria ta ma głębokie związki z innymi dziedzinami matematyki, takimi jak topologia i geometryczna teoria grup.

Pozostałe tematy zawarte w przedstawianym projekcie dotyczą dynamiki układów nieautonomicznych i losowych. Chcielibyśmy zbadać, w jaki sposób wprowadzenie losowości wpływa na dynamikę rzeczywistych i zespolonych niskowymiarowych układów dynamicznych. W przypadku zespolonym przedmiotem badań będzie m.in. zależność własności topologicznych i geometrycznych (np. wymiaru) zbioru Julii od wprowadzonego zaburzenia losowego. W przypadku rzeczywistym badać będziemy układy kilku przekształceń odcinka i okręgu, które przy iterowaniu wybieramy za każdym razem losowo z pewnymi prawdopodobieństwami niezależnymi od czasu. Przy odpowiednich założeniach takie układy mają tzw. *miarę stacjonarną* dobrze opisującą ich własności ergodyczne. W naszym projekcie mamy zamiar zbadać regularność (absolutną ciągłość lub singularność) tej miary dla pewnych klas takich układów.

Przedstawiane zagadnienia są przedmiotem intensywnych badań wielu matematyków zajmujących się układami dynamicznymi. Zbadanie ich i rozwiązanie choćby niektórych otwartych problemów z nimi związanych stanowiłoby cenny wkład w rozwój tej dziedziny matematyki.