

Popularnonaukowe streszczenie projektu: Ciągłe i dyskretne perspektywy w analizie harmonicznej

Badania zaproponowane w projekcie leżą w głównym nurcie analizy harmonicznej. Analiza harmoniczna (lub analiza fourierowska), to dział matematyki wyrosły z teorii szeregów Fouriera. Jej główną ideą jest rozkład badanego obiektu na sumę prostszych składowych. Metody analizy harmonicznej znajdują szerokie zastosowanie nie tylko w matematyce, ale i w technologiach codziennego użytku: w tomografii komputerowej, kompresji danych (format MP3 i JPEG), czy przetwarzaniu sygnałów (np. radiowych).

W niniejszym projekcie będziemy badać ciągłe i dyskretne obiekty analizy harmonicznej, ze szczególnym naciskiem na ich wzajemne oddziaływanie. Nasze badania wpisują się w pewnym stopniu w fundamentalne pytanie o to czy nasz świat jest dyskretny czy ciągły? Obiekty badane w kontekście dyskretnym to przede wszystkim pewne średnie po zbiorach wypukłych (tzw. dyskretne operatory średniujące Hardy’ego-Littlewooda), naturalnie występujące na liczbach całkowitych. Interesuje nas pytanie, co się dzieje z tymi średnimi gdy wymiar, rozumiany jako ilość współrzędnych całkowitych, rośnie. W tym kontekście nasze badania mają interdyscyplinarny charakter, zahaczając o zagadnienia analitycznej teorii liczb w dużych wymiarach, jak wielowymiarowy problem Gaussa dla koła, a także o zagadnienia geometrii zbiorów wypukłych w dużych wymiarach. Zajmować się będziemy także podobnymi pytaniami o zależność od wymiaru w kontekście ciągłym. Tutaj rozważane obiekty (tzw. transformaty Rieszki) mają ścisły związek z operatorami równań różniczkowych. Wrzeszczcie, ostatnia część projektu dotyczy tzw. operatorów mnożnikowych. Operatory te są matematycznym modelem procesu filtrowania sygnałów elektronicznych, pozwalającym na wyciszenie lub wzmocnienie ich pewnych aspektów. W projekcie zajmować się będziemy mnożnikami sferycznymi i spektralnymi w pewnych modelach geometrii nieeuklidesowej.

Nawet częściowe rozwiązanie problemów postawionych w projekcie pozwoliłoby na lepsze zrozumienie związków między analizą harmoniczną i wielowymiarową analityczną teorią liczb i geometrią. W szerszym kontekście, zaplanowane zadania badawcze przyczynią się do lepszego zrozumienia ciągłych i dyskretnych obiektów analizy i ich wzajemnych interakcji.