

ANALIZA WRAŻLIWOŚCI DLA OPERATORÓW NIELOKALNYCH Z ZASTOSOWANIAM I DO PROCESÓW SKOKOWYCH POPULARNONAUKOWE STRESZCZENIE PROJEKTU

Cele projektu: Wiele zjawisk fizycznych i społecznych można modelować jako transport cząstek w przestrzeni. Transport ten bywa ciągły, podobnie do nieregularnego ruchu pyłków w ruchomym lub nieruchomym powietrzu lub wodzie (ruch Browna) lub nieciągły, ze skokami nieregularnie nadchodzącymi w czasie. Ten drugi przypadek może mieć miejsce, gdy następuje pułapkowanie lub tunelowanie cząstek. Typowym przykładem są przejścia pomiędzy skończoną liczbą stanów, które siłą rzeczy nie mogą być ciągłe. Kolejnym przykładem jest chłupotanie powierzchni wody, gdzie oddziaływania przenoszone są przez głębsze warstwy cieczy. Można argumentować, że wiele rzeczywistych zjawisk, takich jak dane pogodowe lub ceny akcji, wykazuje zachowanie typu skokowego. W rzeczywistości, z pewnej perspektywy matematycznej, zjawiska skokowe – rozumiane jako procesy stochastyczne typu Lévy’ego – mogą być uważane za bardziej ogólne niż zjawiska ciągłe – rozumiane jako procesy dyfuzyjne.

Jak zwykle w modelowaniu matematycznym, w niniejszym projekcie staramy się uchwycić podstawowe cechy modelu i rozwiązać główne trudności, proponując abstrakcyjne, ale elastyczne ramy matematyczne. Ma to na celu ujednoczenie perspektywy dla różnych złożonych zjawisk. W takim abstrakcyjnym ujęciu okazuje się, że określenie intensywności skoków niekoniecznie definiuje docelową dynamikę (w sposób jednoznaczny). Potrzebny jest znaczny wysiłek, by właściwie skonstruować postulowany mechanizm i opisać jego właściwości jakościowe i ilościowe, zanim będzie mógł być przydatny w teorii i modelowaniu. Ciekawą cechą naszego projektu jest to, że planujemy wykorzystać zaawansowane metody z teorii równań różniczkowych cząstkowych do badania procesów typu Lévy’ego. W celu realizacji tych badań połączymy wiedzę fachową grupy roboczej prof. René Schillinga z Politechniki Drezdeńskiej i grupy roboczej prof. Krzysztofa Bogdana z Politechniki Wrocławskiej.

Badania realizowane w projekcie: Dla danej intensywności skoków skonstruujemy dynamikę procesów typu Lévy’ego w dodatnim czasie. Opiszemy, w jaki sposób ta dynamika zależy od punktu początkowego i jak zależy od intensywności skoków, która może zmieniać się w przestrzeni i czasie. Wyniki zostaną wykorzystane do aproksymacji procesów stochastycznych i ich analizy statystycznej w oparciu o skończoną liczbę obserwacji. Zbadamy także zachowanie procesu w długim czasie, aby opisać globalne zachowania i tendencje.

Powody podjęcia danej tematyki badawczej: Projekt badawczy dotyczy teorii procesów losowych. Ze względu na liczne i głębokie powiązania z innymi dziedzinami matematyki, wyniki projektu będą też istotne dla teorii potencjału, teorii nielokalnych równań różniczkowych cząstkowych, a także statystyki i matematyki finansowej. Wyniki te mogą znaleźć zastosowanie praktyczne, ponieważ rozpatrywane procesy są wykorzystywane w fizyce matematycznej, statystyce i finansach w modelach nieciągłych zjawisk obserwowanych w czasie ciągłym.