Zachowania kolektywne z perspektywy matematyka

Piotr Bogusław Mucha

Streszczenie popularnonaukowe

By przybliżyć własności dynamiki kolektywnych zachowań wyobraźmy sobie grupę osobników, np. zwierząt. Chcemy badać sytuację, gdy całe stado (nasza grupa) docelowo zmierza w jednym kierunku. Idea modeli dla takich zachowań ilustrowana jest klasycznie opisem ruchu ptaków. Proces jaki chcemy modelować, to nic innego jak proces tworzenia się stad, czyli jak z bardzo chaotycznego nieuporządkowanego rozmieszczenia osobników w przestrzeni fazowej tj. nie tylko położenie ptaków jest nieuporządkowane, ale również ich poszczególne prędkości, tworzy jest idealnie uporządkowany klucz ptaków zmierzający w jednym kierunku.

Z matematycznego punktu widzenia mamy tu do czynienia z następującym zachowaniem. Osobniki widzą się i próbują wyrównywać swoje prędkości, próbują poruszać się jedną grupą, lecz chcą unikać zderzeń. Celem matematyki jest tu wykazanie, czy rzeczywiście proponowane modele mogą opisywać takie zjawiska. Dlatego główny nacisk w analizie matematycznej położony jest na wyniki jakościowe. Chodzi o sprawdzenie czy badane systemy dopuszczają uporządkowane struktury rozwiązań, np. czy klucze ptaków są stabilne.

Na poziomie wyboru modelu napotykamy na zagadnienie skali, skali liczby osobników oraz skali czasowej w jakie chcemy dane zjawisko opisywać. Tu zapożyczamy podejście z klasycznej teorii newtonowskiej. Wyróżniamy trzy opisy:

– Na poziomie małych populacji badamy układy zadane równaniami zwyczajnymi (czasem z pamięcią, czy innymi nielokalnymi własnościami), tu charakter dynamiki powinien być najłatwiej widoczny.

– Następnie mamy opis kinetyczny bazujący na prawach zachowania (równanie typu Własowa).

– Na końcu mamy opis hydrodynamiczny opisujący duże gęste struktury.

Ilustracja tych wyborów jest następująca: pierwszy związany może być z ruchem kilku ptaków; drugi kinetyczny z momentem kiedy duża grupa wzbija się do lotu; trzeci gdy "gęste" stado zaczyna się formować, a poszczególne osobniki nie są wyróżniane.

Dlaczego warto badać takie układu? Z perspektywy matematyka, są to fascynujące układy dostarczając bardzo ciekawe jakościowe wyniki niedostępne dla klasycznych fizycznych układów, wymagają stworzenia nowych analitycznych teorii. Z punktu widzenia zastosowań znajdziemy tu ekonomię, socjologię czy nawet kryminalistykę, i oczywiście robotykę. Dlatego też ten obszar nauki rozwija się burzliwie w ostatnich latach.