

Celem projektu jest zbadanie pewnych klas przestrzeni i ich odwzorowań za pomocą metod topologii algebraicznej. Ogólny schemat takiego badania przedstawia się następująco: najpierw ustalamy interesującą nas przestrzeń topologiczną, następnie budujemy powiązane z nią obiekty algebraiczne i dokonujemy na tych obiektach algebraicznych manipulacji, ostatecznie zaś tłumaczymy uzyskane wyniki, wyrażając je ponownie w języku topologii przestrzeni. W ten sposób możemy uzyskać nową wiedzę na temat badanej przestrzeni i jej odwzorowań w siebie.

Obiektami algebraicznymi, którymi rozważamy w ramach tego projektu, są tak zwane "niezmienniki topologiczne", które stanowią bardzo przydatne narzędzia w topologii i teorii układów dynamicznych. Projekt poświęcony jest zastosowaniu znanych niezmienników i budowaniu nowych w celu ujawnienia właściwości ważnych klas przestrzeni (zwartych rozmaitości, grup Liego, powierzchni, wielościanów) i ich odwzorowań w siebie.

Projekt podzielony jest na następujące, wzajemnie uzupełniające się, zadania.

(1) Badanie "narzędzi", tj. ustalenie właściwości topologicznych niezmienników (również konstrukcja nowych rodzajów niezmienników).

(2) Zastosowanie niezmienników do badania odwzorowań danych przestrzeni w siebie, w szczególności struktury punktów stałych i okresowych.

(3) Znalezienie topologicznej charakterystyki przestrzeni w terminach niezmienników numerycznych, związanych z odwzorowaniami niezmienniczymi.

(4) Konstruowanie algorytmów, które umożliwiają wyznaczenie niezmienników i obliczanie ich za pomocą programów komputerowych.

Metody jakie planujemy zastosować opierają się o zaawansowany aparat topologii algebraicznej, w tym teorię homologii i homotopii. W części związanej z obliczeniami niezmienników, korzystać będziemy z metod kombinatorycznych oparte na partycjach i programach komputerowych stworzonych specjalnie na potrzeby projektu.

Motywacją do podjęcia tematyki projektu są otwarte pytania postawione w ostatnich latach przez znanych matematyków. Oczekiwane wyniki, związane (między innymi) ze strukturą punktów okresowych mogą być interesujące dla znaczącej części społeczności matematycznej, a rozwój "narzędzi" tj. tworzenie nowych niezmienników i opis ich właściwości powinny być przydatne na gruncie topologii i teorii układów dynamicznych. Dlatego mamy nadzieję, że nasz projekt będzie miał znaczny wpływ na te obszary matematyki, a jego wyniki będą stosowane w wielu dalszych badaniach.

Co więcej, niektóre rezultaty naszego projektu mogą być z powodzeniem wykorzystane również w innych dziedzinach nauk ścisłych, zwłaszcza w fizyce i teorii gier. Mianowicie, uzyskane wyniki teoretyczne mogłyby być przełożone na rozwiązania niektórych ważnych problemów rozważanych w obrębie tych nauk.

Oba zespoły, chiński i polski, mają długą tradycję spotkań naukowych i wymiany informacji o postępach w prowadzonych badaniach. Projekt "Sheng" byłby wielką szansą zainaugurowania długoterminowej współpracy na stabilnych podstawach. Mamy nadzieję, że nasz projekt będzie również wspierać rozwój kariery naukowej młodych naukowców, którzy skorzystają na współpracy z bardziej doświadczonymi partnerami z zagranicy. Kompetencje członków obu zespołów uzupełniają się wzajemnie: mamy wspólny obszar zainteresowania i długą historię dyskusji na temat otwartych problemów oraz tematów opisanych w projekcie. Teraz, pracując wspólnie, możemy stawić czoła znacznie bardziej ambitnym wyzwaniom, rozwiązując problemy, których nie mogliśmy rozwiązać samodzielnie.