

NIERÓWNOŚCI Z WAGĄ DLA OPERATORÓW MAKSYMALNYCH

Operator maksymalny Hardy’ego-Littlewooda M zastosowany do funkcji f wybiera, w każdym punkcie x , największą ze średnich funkcji f po pewnej rodzinie zbiorów zawierających x . Otrzymujemy w ten sposób nową funkcję Mf , ograniczającą f z góry.

Operatory maksymalne to użyteczne narzędzia w badaniu różnych nierówności w analizie harmoniczej, które z kolei mają dalsze zastosowania w innych obszarach matematyki. Przykładowo, funkcje maksymalne majoryzują punktowo szeroką klasę operatorów splotowych, co może być wykorzystywane w badaniu transformat Hilberta.

Celem niniejszego projektu jest badanie oszacowań rozmiaru Mf w zależności od rozmiaru f . Pojęcie rozmiaru funkcji można formalizować matematycznie na różne sposoby. Najpopularniejszy z nich to normy w przestrzeniach L^p . Jest wiele znanych wyników dotyczących oszacowań w L^p . W naszym projekcie zamierzamy uogólnić niektóre z tych wyników na ważne przestrzenie Lorentza.

W naszej pracy będziemy stosować metodę funkcji specjalnych Bellmana. Polega ona na wymyśleniu odpowiedniej funkcji, mającej pewne własności wklęsłościowe i majoryzacyjne, i wywnioskowaniu pożądanego oszacowania z tych własności. Podejście to nie jest łatwe, zwłaszcza przypadku przestrzeni Lorentza, gdzie można je zastosować jedynie pośrednio. Fakt, że zajmujemy się przestrzeniami ważonymi dodatkowo utrudnia analizę, gdyż obecność wagi wymusza pojawienie się dwóch dodatkowych parametrów w szukanej funkcji Bellmana.