Niniejszy projekt dotyczy modelowania zależności między współrzędnymi wielowymiarowych procesów Markowa, w których parametr czasu został zmieniony w losowy sposób. Procesem Markowa nazywamy proces stochastyczny, w którym "przyszłość zależy od przeszłości jedynie poprzez teraźniejszość". Oznacza to, że dalszy bieg procesu zależy tylko od stanu, w jakim znajduje się on w danej chwili, a nie od drogi, którą przebył wcześniej. Przykładem procesu o tej własności jest ruch Browna (ruch pyłku na powierzchni wody). Procesy Markowa służą do modelowania wielu zjawisk fizycznych, chemicznych, biologicznych czy ekonomicznych.

Gdy $X = (X_1, \ldots, X_d)$ jest wektorem losowym o wartościach w $\mathbb{R}^d$, zadanie zbadania zależności między współrzędnymi możemy sprowadzić do znalezienia odpowiedniej funkcji łączącej (tzw. kopuły). Dokładniej, twierdzenie Sklara mówi, że istnieje taka funkcja C zdefiniowana na d-wymiarowej kostce, że dystrybuanta rozkładu łącznego wektora $X = (X_1, \ldots, X_d)$ jest równa $C(F_1(x_1), ..., F_d(x_d))$, gdzie $F_1, \ldots, F_d$ są dystrybuantami rozkładów brzegowych. Na przykład, jeśli $X_1, \ldots, X_d$ są zmiennymi niezależnymi, $C(u_1, \ldots, u_d) = u_1 \cdots u_d$. W ten sposób możemy oddzielić strukturę zależności wektora losowego od samych rozkładów brzegowych. Powstaje pytanie, czy takie samo rozumowanie możemy zastosować w sytuacji, gdy zamiast wektora losowego rozważamy d-wymiarowy proces stochastyczny. Okazuje się, że w tym przypadku struktury zależności nie możemy opisać poprzez funkcję łączącą rozkłady poszczególnych współrzędnych w rozkład całego procesu. Musimy więc uciekać się do znajdywania pewnych zależności pomiędzy charakterystykami jednowymiarowych procesów. W przypadku d-wymiarowego procesu Markowa interesującym pytaniem jest, czy jego pojedyncza współrzędna też ma własność Markowa (czyli czy "zapomina" o swojej przeszłości). Oczywiście jest tak, jeśli współrzędne są niezależne; okazuje się jednak, że w ogólnym przypadku nie musi tak być. Proces Markowa, którego współrzędne też mają własność Markowa nazywamy markowsko zgodnym.

Projekt ma na celu zbadanie, jaki wpływ na strukturę zależności wielowymiarowego procesu Markowa ma losowa zmiana czasu. Zmiana czasu oznacza, że będziemy ewaluować proces X nie w momencie t, ale w momencie $\tau(t)$, gdzie τ jest nieujemnym i niemalejącym procesem stochastycznym, być może zależnym od X. Otrzymujemy w ten sposób nowy proces $Y(t) = X(\tau(t))$. Możemy na przykład wyobrazić sobie, że gdy proces X wpada do pewnego ustalonego stanu, czas zaczyna biec szybciej - zatem nowy proces będzie przebywać w tym stanie krócej, lub na odwrót - w innym stanie czas zostaje zwolniony, powodując dłuższe przebywanie w nim procesu Y (żeby zobrazować to jeszcze lepiej wyobraźmy sobie, że czas zwalnia za każdym razem, gdy jesteśmy na wakacjach i przyśpiesza, gdy jesteśmy w pracy). Takie zmiany czasu często służą do przedstawiania skomplikowanych procesów poprzez prostsze, niejako "przesuwając" skomplikowaną strukturę do samego τ. Nasuwa się zatem pytanie, czy proces τ może też kodować informację o strukturze zależności procesu Y. Innymi słowy, co możemy wywnioskować na temat zależności między współrzędnymi procesu Y, mając dany proces X oraz zmianę czasu τ - na przykład, czy nowy proces jest markowsko zgodny. Możemy też odwrócić to pytanie i zastanowić się, czy istnieje zmiana czasu, po której proces Y (w szczególności jego struktura zależności) będzie spełniać zadane przez nas warunki (na przykład, jeśli X nie jest markowsko zgodny, czy możemy znaleźć taką zmianę czasu, która tę własność "naprawi"). Aby odpowiedzieć na te pytania będziemy badać, jak zachowują się charakterystyki procesu Y po różnego rodzaju zmianach czasu.