Niniejszy projekt leży w głównym nurcie badań geometrii algebraicznej. Jest to dziedzina zajmująca się badaniem rozwiązań układów równań wielomianowych. Mimo pozornie wąskiej tematyki w rzeczywistości okazuje się, że w bardzo dużej liczbie przypadków rozwiązania dużo ogólniejszych układów np. ze współczynnikami holomorficznymi są takie same, a zawężenie się do badania równań wielomianowych pozwala na użycie głębokich metod pochodzących z algebry (zazwyczaj przemiennej). Jedną z głównych motywacji badania tej tematyki jest jej zastosowanie w teorii liczb, topologii, równaniach różniczkowych a nawet w fizyce matematycznej.

Przykładowo jednym z rozważanych problemów jest badanie kiedy holomorficzne równania różniczkowe na rozmaitościach zespolonych są geometryczne, tzn. pochodzą od rodzin gładkich rozmaitości rzutowych. Interesujące nas równania różniczkowe na rozmaitościach są klasyfikowane topologicznie przez stowarzyszoną reprezentację grupy podstawowej, tak zwaną monodromię. Przestrzeń klasyfikująca reprezentacje grupy podstawowej rozmaitości ma naturalną strukturę algebraiczną otrzymaną przez zapisanie grupy przy pomocy jej generatorów i relacji między nimi. Dużej liczbie ciekawych i klasycznie rozpatrywanych równań różniczkowych odpowiada bardzo mała przestrzeń klasyfikująca składająca się ze skończonej liczby punktów. W przypadku krzywych algebraicznych N. Katz pokazał, że takie równania są geometryczne. Jednak problem ten, znany jako hipoteza Simpsona, jest zupełnie otwarty w wyższych wymiarach a także w przypadku gdy równania różniczkowe posiadają dodatkowe symetrie. Zrozumienie tego typu problemów wymaga też często uzycia metod arytmetycznych np. badania snopów l-adycznych lub redukcji do dodatniej charakterystyki.

Pozostałe problemy są trudniejsze do opisania w prostym języku, ale wszystkie są związane z badaniem zmieniania się pewnych obiektów lub struktur na rozmaitościach algebraicznych. Czasami zmiany te badane są bezpośrednio jak w wyżej przedstawionym problemie dotyczącym klasyfikacji równań pochodzących od rodzin rozmaitości algebraicznych a czasami pojawiają się tylko w technikach służących do rozwiązania innych problemów jak na przykład w przypadku przedłużania form różniczkowych na osobliwych rozmaitościach. Techniki używane przy ataku części badanych problemów pochodzą w znacznym stopniu z nieabelowej teorii Hodge’a i jej uogólnienia z przypadku zespolonego do przypadku dodatniej charakterystyki. W części problemów będziemy używać nieprzemiennej algebry nawet w przypadkach gdy interesuje nas tak klasyczna tematyka jak badanie deformacji wiązek na rozmaitościach algebraicznych.

Techniki używane w rozwiązywaniu tych problemów mają już wiele różnych zastosowań. Nieabelowa teoria Hodge’a jest bardzo istotna między innymi w geometrycznym programie Langlandsa i pojawiła się w tym kontekście w kwantowej teorii pola w pracach Wittena i jego współpracowników: Kapustina, Gukova i Frenkela. Również próby użycia algebry nieprzemiennej do badania rozmaitości algebraicznych pojawiły się stosunkowo niedawno i mimo iż są mało zrozumiane mają już ciekawe zastosowania do badania kategorii pochodnych na rozmaitościach algebraicznych.

Rozwiązanie nawet części z problemów opisanych w projekcie pozwoliłoby na głębsze zrozumienie związków między równaniami różniczkowymi, teorią liczb, geometrią i topologią i mają potencjalne zastosowania do badania różnych geometrycznych i arytmetycznych problemów.