

## 1 Cel projektu badawczego

W naszym projekcie zamierzamy przedstawić rodzinę problemów (przybliżonego) izomorfizmu elekcji, które mają na celu zbadanie odległości pomiędzy elekcjami. Naszym celem jest znalezienie algorytmów, rozwiązujących te problemy (w tym, podejścia: dokładne, przybliżone i heurystyczne). Chcielibyśmy także zbadać właściwości problemu oraz przetestować jego skuteczność w praktyce.

Przez elekcję rozumiemy zbiór kandydatów i zbiór wyborców, w którym każdy wyborca posiada pewne preferencje względem kandydatów. W zależności od rodzaju wyborów można stosować różne rodzaje głosów. Np. głos preferencyjny pozwala wyborcy na uszeregowanie wszystkich kandydatów zgodnie z jego preferencjami, podczas gdy głos aprobujący pozwala wyborcy na wskazanie zbioru aprobowanych kandydatów (pozostali kandydaci traktowani są jako odrzuceni). W naszych badaniach skupimy się na wyborach z głosami preferencyjnymi.

W problemie izomorfizmu elekcji mamy zadane dwie elekcje z takimi samymi liczbami kandydatów i wyborców każda, i pytamy, czy istnieją indywidualne dopasowania między kandydatami i między wyborcami obu elekcji, które przekształcają pierwszą elekcję w drugą. Jeśli możliwe jest dopasowanie kandydatów i wyborców w taki sposób, oznacza to, że te dwie elekcje są izomorficzne. Problem rozstrzygnięcia, czy dwie elekcje są izomorficzne, nazywamy problemem dokładnego izomorfizmu elekcji. Jednak w większości przypadków spodziewamy się, że tego rodzaju dopasowanie nie będzie możliwe i w takich sytuacjach chcielibyśmy obliczyć odległość między elekcjami. Ten bardziej ogólny problem (a właściwie tę rodzinę problemów) nazywamy przybliżonym izomorfizmem elekcji.

## 2 Badania realizowane w ramach projektu

Nasze pierwsze zadanie dotyczyć będzie teoretycznej analizy problemu izomorfizmu elekcji, a także poszukiwania algorytmów z możliwymi do udowodnienia własnościami (algorytmy aproksymacyjne i FPT). Ponadto, w ramach tego zadania naszym celem jest zrozumienie złożoności problemu izomorfizmu elekcji. W drugim zadaniu skoncentrujemy się na projektowaniu praktycznych algorytmów dla problemu izomorfizmu elekcji (w tym także algorytmów heurystycznych) oraz na implementacji naszych algorytmów. Po implementacji przejdziemy do trzeciego zadania, jakim jest precyzyjne dostrojenie i przetestowanie powstałych algorytmów (w szczególności planujemy ocenić czas ich działania oraz jakość rozwiązań dostarczonych przez algorytmy aproksymacyjne i heurystyczne). W czwartym zadaniu dokonamy ewaluacji naszych algorytmów w aplikacjach, postaramy się je wypróbować na praktycznych problemach, w których spodziewamy się przydatności obliczania odległości pomiędzy elekcjami. W ramach ostatniego zadania przetestujemy kilka alternatywnych podejść.

## 3 Powody podjęcia tematyki badawczej

Uważamy, że rodzina problemów związanych z izomorfizmem elekcji jest interesująca z następujących powodów. Przede wszystkim problemy te są interesujące same w sobie. W istocie są one bardzo podobne do słynnego problemu izomorfizmu grafów, jednakże struktura wyborów z głosami preferencyjnymi jest taka, że łatwo jest zapewnić prosty algorytm wielomianowy dla problemu dokładnego izomorfizmu elekcji (z tego powodu w tym projekcie skoncentrujemy się głównie na problemie przybliżonego izomorfizmu elekcji). Z drugiej strony, dla elekcji opartych na głosach aprobujących problem izomorfizmu elekcji jest co najmniej tak samo trudny, jak izomorfizm grafów, ponieważ problem izomorfizmu grafów można do niego zredukować. Po drugie, uważamy, że (przybliżony) problem izomorfizmu elekcji będzie pomocny w zrozumieniu wyborów generowanych według różnych rozkładów głosów (na przykład interesujące jest zmierzenie różnicy między wyborami, w których każdy głos jest losowany zgodnie z rozkładem jednostajnym, a wyborami ze skomplikowaną strukturą korelacji, tak jak w wyborach euklidesowych; nasze wstępne wyniki pokazują, że możemy spodziewać się zaskakujących podobieństw). Po trzecie, badanie problemu izomorfizmu elekcji dostarczy nam narzędzi pozwalających na dogłębną analizę projektu PrefLib — popularnej biblioteki preferencji, która nie została jeszcze przeanalizowana holistycznie. W szczególności zamierzamy przygotować mapę PrefLib, pokazując, które zestawy danych są do siebie podobne, a które nie.