

Badając dane pochodzące z eksperymentów empirycznych należy pogodzić się z faktem, że do ilość dostępnych informacji jest ograniczona i będzie ona musiała wystarczyć do wyciągnięcia wniosków. Co więcej, w większości przypadków, skończona precyzja urządzeń, lub sama natura badanego procesu/zagadnienia powoduje zaszumienie danych. Głównym przedmiotem zainteresowania autorów projektu są układy dynamiczne dla których skończone dane mają najczęściej postać szeregu czasowego lub tzw. "chmury wektorów". Liczba danych i ich gęstość determinuje z jaką rozdzielczością jesteśmy w stanie zrekonstruować dynamikę ukrytą pod próbkowanym procesem.

Interesującym pytaniem jest możliwość rekonstrukcji cech takiego układu na podstawie dostępnej próbki w sposób jak najbardziej wiarygodny. Naturalną strategią jest poszukiwanie kluczowych elementów dynamiki, zbiorów niezmienniczych, izolowanych, wśród których szczególnie interesujące są atraktory i repelery (obszary przyciągające i odpychające), orbity okresowe (będących przejawem cyklicznych zachowań układu), czy siodła. Kolejnym interesującym zagadnieniem, który może poszerzyć wiedzę o badanym układzie, są relacje między tymi kluczowymi elementami, czyli trajektorie łączące te zbiory. Uzyskanie tych informacji pozwala stwierdzić, z pewną dokładnością, z jakiego typu procesem mamy do czynienia, a także zbadać podobieństwo dwóch układów. Teoria Conley'a-Morse'a dostarcza narzędzi pozwalających na detekcję kluczowych zbiorów oraz związłą reprezentację globalnego zachowania się układu dynamicznego.

Natura próbkowanych układów dynamicznych powoduje, że najbardziej odpowiednim podejściem jest wykorzystanie kombinatorycznych narzędzi. Opracowana przez M. Mrozka w 2017 roku teoria pól multiwektorowych adaptuje teorię Conley'a-Morse'a do klasy algebraicznych kompleksów Lefschetz'a. Teoria ta łączy język teorii grafów, topologii oraz częściowych porządków. Za jej pomocą możliwe jest modelowanie układów ciągłych w metodami kombinatorycznymi. Natomiast przeprowadzone eksperymenty pokazują skuteczność jej teorii w rekonstrukcji własności układu nawet przy obecności szumu w danych wejściowych.

Obserwacje poczynione podczas eksperymentów numerycznych wskazały jednak na słabości oryginalnego sformułowania teorii pól multiwektorowych. Celem niniejszego projektu jest jej modyfikacja, w szczególności uproszczenie konstruktów na których teoria bazuje oraz jej uogólnienie do szerszej niż kompleksy Lefschetz'a, klasy skończonych przestrzeni topologicznych T_0 . Co więcej, autorzy projektu stawiają sobie za zadanie również adaptację kolejnych zagadnień z klasycznej teorii układów dynamicznych do warunków kombinatorycznych. Wreszcie, uproszczona teoria pozwoli na opracowanie wydajnych algorytmów umożliwiających eksperymentalną weryfikację jej skuteczności.