

Przewycięzenie paradoksów naiwnej poprawności logicznej i nieformalnej dowodliwości poprzez semantykę niedeterministyczną i semantykę uprawdziwiaczy

Paweł Pawłowski

Z szerszej perspektywy filozoficznej niniejszy projekt jest połączeniem epistemologii matematyki z filozofią formalną, zwłaszcza zogniskowaną wokół paradoksów semantycznych. Dwa z takich paradoksów są kluczowe dla tego projektu: paradoks naiwnej poprawności logicznej oraz paradoks dowodliwości nieformalnej. Ogólnie mówiąc, paradoksy te pokazują, że pojęcia dowodliwości nieformalnej i naiwnej poprawności logicznej nie są reprezentowalne w języku przedmiotowym bardzo naturalnego systemu formalnego — arytmetyki formalnej. Polegają one na skonstruowaniu samoodnośnego zdania, które to poprzez zastosowanie intuicyjnych zasad dla nieformalnej dowodliwości lub dla naiwnej poprawności logicznej prowadzi w teorii do sprzeczności.

Formalna reprezentacja pojęć nieformalnych, które są ważne dla epistemologii matematyki, jest istotna i dość złożona. Z jednej strony, dzięki takim próbom rozumiemy, w jakim stopniu formalne systemy mogą informować nas o swoich własnych cechach. Wiedza o tym, co system “widzi” jako poprawne w języku przedmiotowym jest bardzo pożyteczna. Z drugiej, takie badania nie tylko dostarczają filozoficznego wglądu w semantycznie pojęcia, ale też pozwalają badać granice stosowalności metod formalnych w danym kontekście.

W tym projekcie badań będę pojęcie naiwnej poprawności logicznej. Argument przedstawiony w języku potocznym jest naiwnie poprawny logicznie, jeżeli prawdziwość przesłanek implikuje albo gwarantuje prawdziwość wniosku ze względu na znaczenie zdań użytych w argumentie. Aby przewyciężyć paradoks naiwnej poprawności logicznej, mam zamiar potraktować naiwną poprawność logiczną jako uogólnienie pojęcia dowodliwości nieformalnej. Dowód nieformalny jest to powszechnie akceptowalne matematyczne uzasadnienie matematycznego twierdzenia. Ostatecznym celem tych badań jest przewycięzenie paradoksu naiwnej poprawności logicznej poprzez skonstruowanie formalnej teorii bazującej na filozoficznie ciekawym systemie dowodliwości nieformalnej, który jest niedeterministyczny. Według tego podejścia, niektóre matematyczne zdania są nieformalnie dowodliwe, niektóre nieformalnie odrzucalne oraz są takie, które nie są ani dowodliwe ani odrzucalne. W celu modelowania tego formalnie powstały logiki BAT i CABAT. Powód, dla którego nie są one ekstensjonalne, bazuje na obserwacji, że alternatywa i koniunkcja zdań, które nie są ani dowodliwe, ani odrzucalne, może mieć różne wartości zależnie od relacji pomiędzy składowymi zdaniami. Niestety, system BAT nie jest w pełni rozwinięty. Stąd, głównym technicznym zadaniem jest uogólnienie tego systemu i adaptacja do naiwnej poprawności logicznej. Głównym zaś zadaniem filozoficznym jest zinterpretowanie wyników formalnych oraz wyjaśnienie dokładnie w jaki sposób naiwna poprawność logiczna wiąże się z dowodliwością nieformalną.