

Od ponad czterech dekad ciągle rośnie zainteresowanie inżynierów operatorami pochodnych i różnic o niecałkowitych rzędach. Nowoczesne technologie i materiały stosowane w elektrotechnice, mechanice i innych dziedzinach techniki wymagają do opisu swoich właściwości nowego podejścia, tj. aparatu matematycznego, który uwzględni np. pamięć przeszłych stanów, które panowały w tych ośrodkach. Ponadto, w przypadku wielu układów dynamicznych opis za pomocą klasycznych równań różniczkowych lub różnicowych (całkowitych rzędów) nie daje dostatecznej precyzji – szczególnie przy wysokich wymaganiach dotyczących jakości regulacji takich obiektów.

W ostatnich latach wiele ośrodków badawczych w Polsce i za granicą podjęło badania dotyczące rachunku różniczkowego i różnicowego dowolnych rzędów. Sformułowano różnego rodzaju definicje pochodnych niecałkowitego rzędu, z których najbardziej znane to pochodna Caputo i Riemanna-Liouville'a w przypadku różniczkowania funkcji ciągłych i definicja różnicy niecałkowitego rzędu Grunwalda-Letnikova w przypadku funkcji dyskretnych. Definicje te zachowują wiele właściwości znanych z rachunku różniczkowego i różnicowego całkowitych rzędów, aczkolwiek właściwości, takie jak różniczkowanie stałej, reguła łańcuchowa, różniczkowanie iloczynu lub ilorazu dwóch funkcji nie są w ogólnym przypadku zachowane. Ponadto występują liczne problemy z interpretacją warunków początkowych dla tego typu definicji.

Stało się to motywacją do poszukiwania nowych definicji pochodnych niecałkowitego rzędu o właściwościach zgodnych z klasycznym rachunkiem różniczkowym. W ostatnich latach pojawiły się dwie interesujące definicje pochodnej niecałkowitego rzędu: Caputo-Fabrizio i CFD (Conformable Fractional Derivative). Pierwsza z nich rozwiązała problem osobliwości jądra operatorów Riemanna-Liouville'a i Caputo. Definicja CFD spełnia wszystkie prawa klasycznego rachunku różniczkowego, m.in. regułę Leibniza, prawa dotyczące różniczkowania iloczynów i ilorazów dwóch funkcji. Czyni to te dwa nowe operatory bardzo użytecznymi narzędziami do modelowania rzeczywistych obiektów dynamicznych.

Celem projektu będzie analiza porównawcza układów dynamicznych opisanych równaniami różniczkowymi niecałkowitych rzędów z wykorzystaniem różnego rodzaju definicji pochodnej niecałkowitego rzędu. Badane będą jednowymiarowe i dwuwymiarowe układy opisane równaniami stanu niecałkowitych rzędów. Analizowane będą układy o różnych rzędach pochodnej niecałkowitego rzędu oraz układy zawierające nieliniowości w równaniu stanu. Ponadto, przedmiotem badań będą układy niestacjonarne, tj. układy, których parametry są zmienne w czasie oraz układy o niepewnych parametrach czyli układy, których parametry zmieniają się w ściśle określonych przedziałach.

Dla wymienionych wyżej układów analizowane będą klasyczne problemy teorii sterowania. Dla każdej z definicji sformułowane zostanie rozwiązanie równania stanu. Analizowane będą warunki dodatniości, stabilności asymptotycznej, osiągalności, sterowalności do zera. W przypadku układów o niepewnych parametrach, znane z klasycznej teorii sterowania twierdzenie Charitonowa, zostanie uogólnione na układy o niecałkowitych rzędach pochodnych. Podobnie dla układów nieliniowych, do sformułowania warunków stabilności wykorzystane zostanie twierdzenie Popowa.

Wyniki analiz poparte będą analizą numeryczną i symulacjami realizowanymi w środowisku obliczeniowym Matlab. Następnie po zweryfikowaniu użyteczności otrzymanych wyników zostaną one potwierdzone na drodze pomiarów rzeczywistych obiektów. Opracowane w projekcie algorytmy sterowania zostaną zaimplementowane w systemie mikroprocesorowym i przetestowane z użyciem komputera PXI.

Projekt przyczyni się do uporządkowania wiedzy teoretycznej dotyczącej układów dynamicznych niecałkowitych rzędów będącej istotną częścią nowoczesnej teorii sterowania i systemów.