

REGULARNOŚĆ I ASYMPTOTYKA DLA WIELOWYMIAROWYCH EWOLUCJI MARKOWSKICH POPULARNONAUKOWE STRESZCZENIE PROJEKTU

Wprowadzenie. Wiele zjawisk fizycznych, biologicznych i społecznych można modelować przy pomocy ewolucji cząstki w przestrzeni. Przez ewolucję rozumiemy tutaj mechanizm markowski, czyli taki, w którym przyszły stan układu zależy tylko od teraźniejszej konfiguracji, ale poza tym jest niezależny od przeszłości. Badane cząstki mogą być położone w przestrzeni o dowolnym wymiarze. Wpisując się w klasyczny schemat modeli matematycznych, spróbujemy uchwycić podstawowe cechy rozważanych ewolucji i pokonać główne trudności proponując abstrakcyjne lecz elastyczne ramy matematyczne, które pozwolą uprościć opis skomplikowanych zjawisk. Jednym ze źródeł wspomnianych uproszczeń jest odpowiedni język matematyczny. Z drugiej strony, istotnym uproszczeniem jest fakt, że skomplikowane systemy markowskie wykazują graniczne lub stacjonarne zachowanie w długiej perspektywie czasowej. Ważną cechą prezentowanych badań jest wzajemne oddziaływanie między asymptotykami ewolucji w czasie i przestrzeni. Planujemy wykorzystanie metod zarówno probabilistycznych, jak i tych pochodzących z teorii potencjału i teorii równań różniczkowych cząstkowych.

Cel projektu. Przedmiotem naszych badań będą procesy Lévy'ego oraz procesy Markowa typu Lévy'ego, które są uniwersalnym wielowymiarowym modelem dla nielokalnych (tzn. skokowych) i niejednorodnych (m.in. anizotropowych) dyfuzji.

Zbadamy regularność funkcji harmonicznych względem tych procesów. W szczególności chcemy udowodnić nierówność Harnacka, która jest bardzo ważnym narzędziem w badaniach własności funkcji harmonicznych. Używano jej w dowodach wielu ważnych klasycznych twierdzeń, takich jak twierdzenie Liouville'a, twierdzenie o usuwaniu osobliwości czy twierdzenia Harnacka o zbieżności. Udowodnimy również twierdzenia typu Liouville'a oraz ciągłość typu Höldera dla funkcji harmonicznych.

Inne zadanie badawcze będzie związane z miarami quasi-stacjonarnymi, tzn. rozkładami początkowymi ewolucji, które w pewnym określonym sensie nie zmieniają się wraz ze zmianą czasu. Tego typu rozkłady często pojawiają się jako unormowane granice rozważanych procesów i w związku z tym mają ogromne znaczenie przy badaniu zachowania asymptotycznego ewolucji.

Znaczenie projektu. Zaplanowane badania wpisują się w teorię procesów stochastycznych i dotyczą własności asymptotycznych wielowymiarowych ewolucji markowskich. Liczne związki z innymi dziedzinami matematyki powodują jednak, że efekty projektu będą miały znaczenie w probabilistycznej teorii potencjału, teorii nielokalnych cząstkowych równań różniczkowych, a także w statystyce i matematyce finansowej. Wybrane wyniki mogą również znaleźć praktyczne zastosowania, ponieważ rozważane w projekcie klasy procesów zawierają wiele przykładów pojawiających się w fizyce matematycznej i w modelowaniu statystycznym i finansowym.