Przedłożony projekt badawczy dotyczy czystej matematyki. Dotyczy on teorii odwzorowań liniowych w przestrzeniach nieskończenie wymiarowych. Jest to rodzaj abstrakcji, który służy do stworzenia jednolitego ujęcia wielu pojęć matematycznych i w ten sposób prowadzi do ich lepszego zrozumienia.

Celem projektu jest odkrycie subtelnych własności odwzorowań liniowych i półgrup operatorowych tworzonych przez te odwzorowania, oraz zbadanie powiązań tych własności z innymi abstrakcyjnymi pojęciami teorii operatorów; funkcjami operatorowymi i ich rozmiarem.

Istotną częścią projektu będzie sformułowanie i udowodnienie wyników abstrakcyjnych, które mogą rozwiązać pewne problemy powstające w naukach przyrodniczych. Tego typu problemy zwykle są opisane w terminach równań różniczkowych cząstkowych bądź odpowiednich układów dynamicznych.

Wartość projektu jest dwojaka. Projekt "per se" prowadzi do istotnych postępów w matematyce i może być podstawą dla dalszego progresu matematyki jako nauki. Zastosowania praktyczne wyników matematycznych nie są natychmiastowe i mogą czekać na wykorzystanie w świecie materialnym dziesięciolecia jeżeli nie stulecia. Dokładny opis wartości tego projektu dla społeczeństwa poprowadziłby nas bardzo daleko, i jest raczej niemożliwy w takim krótkim tekście. Na dłuższą metę, wyniki projektu mogą pomóc wyrobić intuicje niezbędne w zrozumieniu różnych zjawisk przyrodniczych. Zamiast pełnego opisu tych zjawisk ograniczymy się do podania wyrazistych ilustracji.

Ewolucja wielu układów w fizyce, chemii, biologii, naukach inżynierskich bądź ekonomicznych może być opisana w języku matematycznym równań różniczkowych cząstkowych lub w sposób bardziej abstrakcyjny za pomocą równań ewolucyjnych (nazywanych abstrakcyjnymi problemami Cauchy'ego) na przestrzeniach nieskończenie wymiarowych. Można tu myśleć o procesach dyfuzji lub transportu, dynamice fal elektromagnetycznych, ruchu materiałów elastycznych lub lepkoelastycznych, procesów rozdzielania faz, dynamice populacji lub epidemii. Analiza matematyczna tych modeli pozwala zrozumieć ich zachowanie jakościowe, np regularność rozwiązań, dodatniość lub zachowanie asymptotyczne.

Podstawowym powodem badań mocno ciągłych półgrup operatorowych, jednego z najważniejszych pojęć teorii operatorów, jest fakt, że półgrupy operatorowe rozwiązują abstrakcyjny problem Cauchy'ego, który jest często modelem dla wspomnianych wyżej zjawisk. Mianowicie, orbity tych półgrup są słabymi rozwiązaniami odpowiednich abstrakcyjnych problemów Cauchy'ego. Wiedza o własnościach orbit półgrupy i ich naturze pozwala precyzyjnie opisać ewolucje zjawisk przyrodniczych wiążąc w ten sposób abstrakcyjne rozumowania ze światem materialnym. Z grubsza mówiąc, półgrupy operatorowe mogą być rozważane jako funkcje wykładnicze swoich generatorów, i są uogólnieniami tych funkcji. Rozważając w ten sposób pólgrupy operatorów przychodzimy do pojęcia rachunków funkcyjnych. Rachunki funkcyjne są obszarem matematyki ścisłe związanym z teoria półgrup. Daje on narzędzia i metody pozwalające wyrazić własności różnych układów w terminach generatorów półgrup, ich funkcji i spokrewnionych obiektów, i będzie niezwykle ważny dla realizacji projektu. Ponieważ funkcje wykładnicze są wszechobecne w matematyce, nie może dziwić, że półgrupy są także stałym elementem w wieli dziedzinach matematyki i jej zastosowań. Dlatego nasz projekt będzie opierał się i używał pełnego wachlarza narzędzi oraz metod zaczerpniętych z wielu dyscyplin matematycznych, w szczególności analizy harmonicznej, analizy zespolonej, teorii ergodycznej, układów dynamicznych i geometrii różniczkowej.

Warto zauważyć, że teoria pólgrup, będąc fundamentem matematycznym dla opisu zjawisk przyrodniczych, jest jednocześnie częścią budowy współczesnej nauki. Możemy tu myśleć np. o układach kwantowych. Ewolucja układów kwantowych opisywana jest zwykłe za pomocą teorii półgrup operatorowych, a fizycy często opierają swoja intuicję na takim podejściu operatorowym. Mimo, że projekt nie ma bezpośredniego związku z tym rodzajem matematyki, dodaje on ważny wkład do metod badawczych fizyki, chemii, biologii i innych nauk przyrodniczych.

Istnieję cały szereg zastosowań teorii półgrup począwszy od inżynierii, zawierającej teorię sterowania, przetwarzaniu sygnałów, dynamiki sieci, analizy numerycznej i modelowania, poprzez fizykę matematyczną aż do biologii badającej dynamikę rozwoju populacji, ewolucję komórek, choroby nowotworowe etc. Te praktyczne wcielenia półgrup bywają czasami dość nieoczekiwane: wystarczy przypomnieć, że rozwiązanie słynnego problemu Kato o dziedzinie pierwiastka kwadratowego z operatora eliptycznego okazało się bardzo użyteczne w ... **tomografii komputerowej**.

Zatem niełatwo jest przewidzieć przyszłość rezultatów matematycznych a ich wartość odsłania się w sposób zaskakujący zarówno badaczy praktycznych, jak i matematyków. Jedynie pewnym wkładem projektu jest wkład w matematykę jako cześć kultury ludzkiej i wielu dziedzin wewnątrz niej.