Jarosław Buczyński

Zespolone rozmaitości kontaktowe oraz rozmaitości siecznych Streszczenie popularnonaukowe

W matematyce *twierdzenia klasyfikacyjne* polegają na podzieleniu obiektów ustalonego rodzaju według pewnego klucza. Analogicznie, w innych dziedzinach nauki też *klasyfikujemy*. Np. organizmy żywe dzielimy na sześć królestw, w tym bakterie, rośliny, zwierzęta, grzyby,... Matematyk, w przypadku, gdy nie jest pewien swojej klasyfikacji, będzie mówił o *hipotezie*. Zdaża się to, gdy nie udaje się ani znaleźć przykładu, który by wykraczał poza ramy klasyfikacji, a jednocześnie nie potrafimy wykazać, że proponowana klasyfikacja jest kompletna.

Przedstawiany projekt badawczy dotyczy głównie Geometrii Algebraicznej i zawiera liczne odniesienia do innych dziedzin matematyki: Geometrii Różniczkowej, Równań Różniczkowych, Algebry, Teorii Reprezentacji, Topologii, oraz Teorii Złożoności Obliczeniowej. Dwa główne nurty projektu dotyczą zespolonych rozmaitości kontaktowych oraz rozmaitości siecznych i powiązanych z nimi pojęć rangi tensorów i rangi Waringa. Będziemy rozważać hipotezy o zasadniczym znaczeniu dla rozwoju tematyki, w tym Hipotezę LeBruna-Salamona (klasyfikującej rozmaitości kontaktowe) oraz Hipotezy Comona i Strassena, które wyjaśnię za chwilę.

W dużym uproszczeniu, *klasyfikacja* zespolonych rozmaitości kontaktowych prowadziłaby do klasyfikacji innych obiektów geometrycznych, mianowicie rozmaitości kwaternionowo-Kählerowskich. Te drugie za to opisują jedną z cegiełek, z których zbudowana jest każda rozmaitość Riemannowska, czyli zbiór geometryczny ze strukturą gładką (która nam pozwala różniczkować, lub, w nieformalnym i niezbyt ścisłym języku, odróżnić kanty od rzeczy gładkich) oraz zgodną z nią metryką (czyli w którym możemy mierzyć odległości oraz kąty). Czyli dowód lub obalenie Hipotezy LeBruna-Salamona przyczyniłoby się do lepszego zrozumienia składników, z których może być zbudowana dowolna struktura geometryczna.

W naukach ścisłych i inżynierii naukowcy analizują *skomplikowane* dane, aby wyizolować stosunkowo *proste* zjawiska, które mają kluczowe znaczenie w badanej sytuacji. Jako przykład wyobraźmy sobie kilka osób rozmawiających przez telefon komórkowy w tym samym momencie. Stacja-odbiornik musi rozłożyć *skomplikowaną* falę elektromagnetyczną na *proste* pojedyncze sygnały, z których każdy przenosi jedną rozmowę. Inny przykład pochodzi ze spektroskopii fluorescencyjnej. Jest to metoda służąca do analizowania stężenia związków chemicznych w próbkach roztworu. Każda próbka jest prześwietlana światłem o różnych długościach fali i badane są długości fal światła emitowanego. Zebrane dane mogą być *skomplikowane* i poszukiwany jest sposób rozłożenia danych na *proste* składniki pochodzące od pojedynczych związków chemicznych wchodzących w skład roztworu. Problemy tego rodzaju są wszechobecne w nauce i stanowią motywację dla naszych badań nad *rozmaitościami siecznych* oraz nad powiązanymi pojęciami: rangą, rangą brzegową i rozkładem minimalnym. To które składniki uznamy za proste istotnie zależy od konkretnego problemu. W efekcie dla różnych obiektów matematycznych mamy różne pojęcia rozmaitości siecznych i różne metody liczenia rangi czy rozkładów na składniki proste. Zdażają się sytuacje, gdy dla pewnego obiektu, możemy policzyć jego złożoność względem różnych metod, to znaczy, inny zestaw składników uznalibyśmy za proste. Wspominane Hipotezy Comona i Strassena mówią o dwóch takich sytuacjach i przewidują, że mimo różnych technologii liczenia rang, obie metody dają ten sam wynik.