

Wyobraźmy sobie czapkę czarodzieja leżącą na stole. Jej powierzchnia boczna, przypominająca stożek, może być traktowana jako wykres pewnej funkcji ciągłej nad kołem na płaszczyźnie (oznacmy tę płaszczyznę przez \mathbb{C} - niesie to ze sobą też informację o pewnej strukturze zespolonej, którą tam wprowadzamy, ale nie będziemy się tym tutaj zajmować). Widzimy, że w punkcie, nad którym znajduje się szpic czapki (zakładamy, że czarodziej dba o swoją czapkę i nie dopuścił do jej "złamania") funkcja taka ma największą wartość - przyjmuje maksimum. Wyobraźmy sobie dalej, że, narażając się na gniew czarodzieja i ryzykując bycie zmienionym w żabę, odcieśliśmy nożyczkami sam wierzchołek czapki, a w jego miejsce naszyliśmy łatę, która już nie ma szpica. Jeśli mieliśmy szczęście (i nie zmieniono nas w żabę), powierzchnia boczna tej zmodyfikowanej czapki wygląda teraz, przynajmniej z pewnej odległości, jak wykres funkcji różniczkowalnej, która nadal w pewnym punkcie wewnątrz naszego koła przyjmuje maksimum. Taki fenomen nie byłby możliwy, gdyby nasza funkcja była wartością bezwzględną funkcji holomorficzej, czyli różniczkowalnej w sensie zespolonym - jest to tak zwana zasada maksimum. Mówi ona, że jeśli wartość bezwzględna funkcji holomorficzej f przyjmuje maksimum (choćby lokalne) w danym obszarze, to funkcja f musi być w tym obszarze stała. Jeśli teraz weźmiemy funkcję holomorficzą wewnątrz naszego koła i ciągłą do jego brzegu (czyli odpowiedniego okręgu), to może ona przyjmować maksimum tylko na brzegu właśnie, przy czym koło w naszych rozważaniach możemy zastąpić dowolnym obszarem ograniczonym. Ciekawym zagadnieniem jest zagadnienie odwrotne: czy dla dowolnego ustalonego punktu brzegowego ζ naszego obszaru można znaleźć funkcję holomorficzną w otoczeniu tegoż obszaru, która będzie przyjmować (na wartość bezwzględną) maksimum w tym punkcie (jako funkcja zawężona do domknięcia naszego obszaru)? Takie funkcje nazywać będziemy funkcjami szczytowymi w ζ . Dla koła odpowiedź brzmi: tak (zachęcamy do wypisania takiej funkcji - to nie jest trudne!). Bardziej ogólnie, zawsze możemy to zrobić, jeśli tylko nasz obszar jest obszarem ściśle pseudowypukłym (koło jest najprostszym chyba przykładem takiego obszaru), nie tylko na płaszczyźnie, ale w dowolnym wymiarze - w \mathbb{C}^n !

W naszych badaniach chcemy zająć się możliwością gładkiego (ciągłego) przekształcania takich funkcji szczytowych w siebie nawzajem, jeśli mamy rodzinę obszarów ściśle pseudowypukłych, również zmieniających się w sposób gładki. Podobne pytanie rozważymy w przypadku tzw. funkcji eksponujących w punktach brzegowych ζ , czyli takich przekształceń holomorficzych (zanurzeń) obszaru, przez które obraz punktu ζ jest punktem globalnej silnej wypukłości (przykładowo, dla koła każdy punkt brzegowy ma tę własność).

Zagadnienie jest ważne, ponieważ rozważane obiekty są istotnymi narzędziami dla matematyków zajmujących się analizą zespoloną (i funkcjonalną), pozwalającymi często pisać im piękne poematy, bo za takie należy uznać twierdzenia matematyczne.