

Popularnonaukowy opis projektu

Projekt "Teoriomiarowe, geometryczne i fourierowskie metody analizy pewnych równań nielepkiej hydrodynamiki" dotyczy analizy pewnych konkretnych rozwiązań równań nielepkiej hydrodynamiki.

Z jednej strony mamy zamiar badać spiralne rozwiązania typu vortex sheet dwuwymiarowego równania Eulera. Tego typu rozwiązania grają wielką rolę w zrozumieniu przyczyn, dla których latają samoloty. Zgodnie z paradoksem d'Alemberta i twierdzeniem Helmholtza, jeśli przyjąć, że równanie Eulera opisuje odpowiednio rzetelnie przepływ powietrza, opływy modelowane za pomocą rozwiązań klasycznych zaczynających się z zerową wirowością, nie mogą generować siły nośnej na skrzydło samolotu. Zaobserwowano tymczasem, że w naturze pojawiają się spiralne nieregularne rozwiązania, które nie podlegają twierdzeniu Helmholtza. Fizycy i inżynierowie, przynajmniej od początku dwudziestego wieku, czasów Prandtla i jego szkoły, podejrzewają, że takie spirale mają wpływ na powstawanie siły nośnej. Wobec tego pytania jak je liczyć, w tym numerycznie, oraz o ich własności, szczególnie te związane z siłą nośną, darzone są szczególnym zainteresowaniem. Niestety, wciąż brakuje satysfakcjonującej teorii opisującej takie obiekty. W szczególności, choć postulowane od pierwszych dekad XX w., spirale wirowości wciąż sprawiają problem w zinterpretowaniu ich jako rozwiązań równania Eulera. Jednym z głównych celów naszego projektu jest wypracowanie teoretycznych, matematycznych podstaw rozumienia spiral wirowości jako rozwiązań równania Eulera. Stajemy tu przed kilkoma zasadniczymi problemami. Po pierwsze trzeba zdefiniować sens w jakim obiekty typu spirali Kadena czy spirali Prandtla miałyby być rozwiązaniami. Po drugie, pytanie czy równanie przez nie spełniane to jednorodny Euler czy może jakaś jego perturbacja. Naturalny sposób myślenia o takich spiralach wirowości to widzenie ich jako σ -skończonych miar o nośniku na danej spirali. Aby takie obiekty badać konieczne jest rozwijanie metod geometrycznej teorii miary, co jest jednym z założeń naszego projektu. Szczególnie, że musimy analizować miary, które nie mają zwartego nośnika. Pytanie o to jak wiązać z nimi pola prędkości jest już nietrywialne. Nasze poprzednie rezultaty wskazują na dużą rolę jaką będą tu pełnić tzw. zespolone momenty miar. Ponadto powstaje bardzo istotne matematycznie pytanie o jednoznaczność rozwiązań równań, których rozwiązaniami mają być nasze spirale wirowości w odpowiednich klasach. Jest to bardzo istotne ze względu na ewentualne obliczenia numeryczne takich obiektów. Chcielibyśmy być pewni, że obliczone przez nas rozwiązania schematów numerycznych nie mają innej możliwości jak tylko przybliżać nasze rozwiązanie. To zagadnienie wiąże się z bardzo znanym nierozwiązanym problemem jednoznaczności rozwiązań Delorta.

Drugim głównym tematem projektu są tzw. multipeakonowe rozwiązania równania Camassy-Holma. Jest to równanie opisujące ruch fal na płytkim kanale. Opis jest na tyle dokładny, że obejmuje fenomen załamania fal. Jedno z podjętych przez nas zagadnień dotyczy znalezienia warunków wystarczających i koniecznych do stwierdzenia czy do załamania dojdzie czy nie. Ponadto, po załamaniu, rozwiązanie przestaje być klasyczne, a my chcielibyśmy śledzić je dalej i rozumieć jego ewolucję. Mamy zamiar podjąć te problemy korzystając z hamiltonowskiej interpretacji równania multipeakona i metod geometrycznych badania tego typu zagadnień. Znow, wobec osobliwości powstającej w trakcie załamania fali, musimy rozszerzyć metody geometryczne na przypadek niegładki. Pomocne wydają się tu być koncepcja rozwiązań lepkościowych i związku równań hamiltonowskich z równaniem Hamiltona-Jacobi'ego.