

Popularnonaukowe streszczenie projektu

Zajmujemy się matematyczną stroną opisu kilku zjawisk ze świata wokół nas. Nasza praca polega na wykazywaniu sformalizowanych twierdzeń. Mamy szczęście, że możemy wytłumaczyć ich znaczenie odwołując się do zjawisk, które mamy opisać. Będziemy po kolei przedstawiać, czym się zajmujemy.

Interesuje nas wzrost kryształów, jest to bardzo ważne z uwagi na przemysłowe znaczenie tego procesu. Bez masowej skali hodowli kryształów nie mielibyśmy przemysłu półprzewodników. Jednak to co robimy, nie przekłada się natychmiast na optymalizację procesów przemysłowych. Co ciekawe, takie same zagadnienia pojawiają się algorytmach analizy obrazów, tam, gdzie ważne jest wykrywanie krawędzi.

W przypadku, który rozpatrujemy, wzrost może się odbywać wyłącznie poprzez oddziaływanie z brzegiem naczynia i to jest to co nas interesuje. W szczególności, we wnętrzu obszaru nie ma żadnych źródeł.

Zauważyliśmy, że takie proste i oczywiste stwierdzenie: „brzeg powierzchni kryształu, dotykający ścianek naczynia, w którym rośnie, porusza się z prędkością wyznaczoną przez ruch całej powierzchni” ma daleko idące i nieoczekiwane konsekwencje. Okazuje się, że takie zdanie oznacza istnienie warstwy przy ścianie naczynia, która zaczyna żyć własnym życiem! To prowadzi do wniosku, że ta warstwa może nie podążać za powierzchnią, tylko zostawać z tyłu. Ma to ogromne znaczenie dla wszelkiego ruchu płaskich ścianek kryształu. To jest właśnie cel naszej pracy: opisać jaki jest wpływ kształtu naczynia na warstwę przyścienną i jej oddziaływanie ze ściankami kryształu.

Ścianki są dla nas bardzo ważne, bo to one decydują o kształcie powierzchni. Co więcej poruszają się zupełnie inaczej niż otaczające je zakrzywione części powierzchni. Dlatego swoją uwagę poświęcamy właśnie ściankom. Interesuje nas ich wzajemne oddziaływanie, ale przede wszystkim pytamy się, w jakich warunkach nie będą one ‘ulegać uszkodzeniom’ to znaczy nie będą wyginać się ani pękać.

Nasze zainteresowanie badawcze nie ogranicza się do badania wzrostu kryształów. Drugą grupę tematyczną można przedstawić w następujący sposób. Okazuje się, że transport podziemnych zanieczyszczeń, czy przemieszczanie się czoła delt rzecznych jest opisywane prawie tak samo, jak topnienie lodu. To znaczy formalnie układ równań wygląda tak samo, tyle że treść jest inna. Do opisu topnienia lodu używamy operacji różniczkowych a do transportu zanieczyszczeń/przemieszczania delt używamy operacji całkowo-różniczkowych, które zachowują się jakbyśmy liczyli ułamek pochodnej. Są to tzw. ułamkowe pochodne Caputo.

Opis topnienia lodu jest dobrze znany, wiemy jakie narzędzia są potrzebne. Spodziewamy się, że odpowiednia ich adaptacja pozwoli zająć się wspomnianymi zadaniami transportu. Nasza praca polega właśnie na tworzeniu tych brakujących teoretycznych narzędzi.

Możliwe jest przy tym, że α , rząd pochodnej Caputo, choć jest znany, to jest obciążony błędem. Na pytanie, jak sobie z tym radzić, odpowiadamy: wziąć pod uwagę wszystkie możliwe α , tyle że wagami odpowiadającymi ich częstości. Dostajemy w ten sposób zupełnie nowy rodzaj zagadnień, który wymaga stworzenia od podstaw narzędzi koniecznych do ich badania.

Dodamy, że na model podziemnego transportu patrzemy inaczej niż na opis tworzenia się rzecznych delt. Chcemy stworzyć odmienne narzędzia, tak aby móc uwzględnić różne aspekty zjawisk.

Na zakończenie dodamy, że badania wspomnianych zjawisk transportu są ważne z praktycznego punktu widzenia. Przykładowo, dobrze jest wiedzieć jak gromadzą się rzeczne osady tam, gdzie chcemy zbudować zbiornik retencyjny na rzece. Podobnie, dobrze jest wiedzieć, jak wody podziemne będą roznosiły zanieczyszczenia, w przypadku ich wycieku do środowiska. Możemy odpowiadać na takie pytania, dzięki badaniom takim, jak nasze.