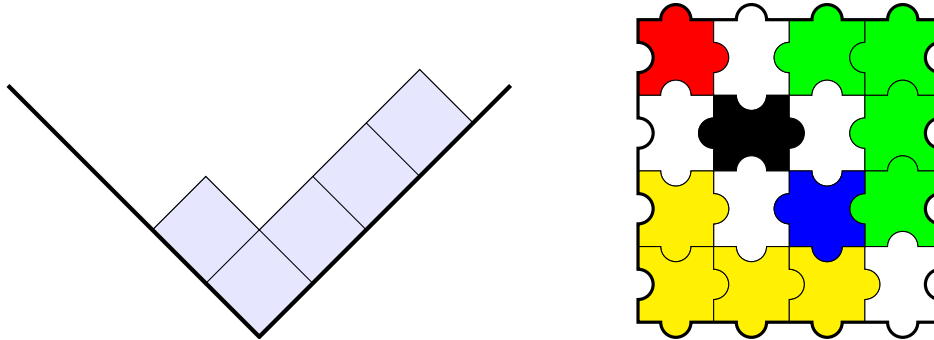
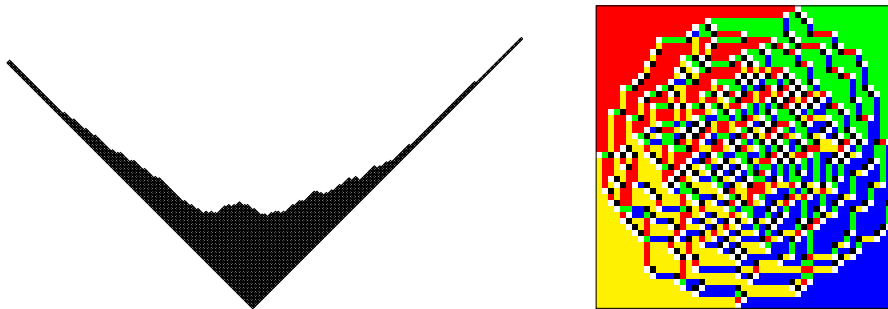


Na ile sposobów można ładnie ułożyć zadaną liczbę kwadratowych klocków w rynnie tak, aby się nie zsuwały? Na ile sposobów można wypełnić zadany obszar przy pomocy kwadratowych puzzli, z których każdy ma dwie wypustki wypukłe i dwie wypustki wklęsłe? To przykładowe pytania pochodzące z **kombinatoryki**, dziedziny matematyki zajmującej się również sudoku oraz innymi rodzajami łamigłówek.



RYSUNEK 1. Przykłady obiektów kombinatorycznych będących przedmiotem badań projektu. Kolory na prawym rysunku odpowiadają sześciu możliwym rodzajom kafelków.

Takie pytania stają się oczywiście coraz trudniejsze, gdy liczba klocków rośnie. Jednocześnie jednak, gdy liczba klocków dąży do nieskończoności, można stawiać nowe, jeszcze ciekawsze pytania: *jeśli spośród wszystkich możliwych konfiguracji klocków lub puzzli wybierzemy w losowy sposób jedną, co można powiedzieć o wylosowanej w ten sposób typowej konfiguracji?* Jeśli kwadratowe klocki z pierwszej zagadki wykonać z kryształków kwarcu, powyższy problem staje się pytaniem o *typowy kształt dużej kupki piasku*. Pytania tego typu są przedmiotem badań **kombinatoryki asymptotycznej** a zarazem niniejszego projektu badawczego.



RYSUNEK 2. Bardzo duże odpowiedniki obiektów kombinatorycznych z Rysunku 1, wybrane w losowy sposób. Poszczególne kratki są tak małe, że nie zostały zaznaczone na rysunku.

Wyniki symulacji komputerowych (podobnych do tych z Rysunku 2) oraz badań teoretycznych pokazują, że w wielu takich modelach kombinatorycznych (o ile tylko ich rozmiar jest dostatecznie duży) typowa konfiguracja z prawdopodobieństwem bliskim pewności koncentruje się wokół takiego lub innego kształtu granicznego. Na przykład na diagramie z prawej strony widać „zamarznięte” jednobarwne obszary w narożnikach, podczas gdy okrągły obszar w środku wygląda jak chaotyczna „ciecz”. To zjawisko jest bardzo ciekawe z punktu widzenia fizyki matematycznej oraz fizyki statystycznej, których przedmiotem jest między innymi właśnie matematycznie ściśle wyjaśnienie i opisanie przejść fazowych, które znamy z codziennego życia jako choćby topnienie lodu. Jednym z zadań badawczych proponowanego projektu badawczego jest matematyczne udowodnienie występowania tego typu zjawiska dla większej liczby modeli kombinatorycznych oraz zbadanie jego związków z innymi, pozornie oddalonymi dziedzinami matematyki.

Co się stanie, jeśli na szczyt kupki piasku dosypiemy więcej ziaren? Jaki kształt będzie miała lawina, jeśli usuniemy ziarna piasku leżące na samym spodzie? To przykłady **problemów dynamicznych**, którym poświęcony jest szczególnie akcent w niniejszym projekcie. Odpowiedzi na takie pytania **dynamicznej kombinatoryki asymptotycznej** mogą być interesujące nie tylko dla miłośników babek z piasku oraz krzyżówkowiczów. Konfiguracje klocków w kwadratowej rynnie (fachowo zwane *partycjami*) pojawiają się w naturalny sposób w zaskakująco wielu różnych kontekstach. Jednym z nich jest *teoria reprezentacji*, która bada sposoby w jakie abstrakcyjne rodzaje symetrii mogą realizować się w konkretny sposób. Ponieważ Wszechświat jest pełny różnorodnych symetrii, ta wszechdobylska teoria ma bardzo liczne zastosowania. W szczególności, jeśli pewnego dnia uda się nam w pełni wykorzystać moc obliczeniową, która tkwi w *komputerach kwantowych* (lub przeciwnie: jeśli uda się nam zrozumieć ich ograniczenia), prawdopodobnie stanie się to dzięki zrozumieniu takich właśnie pozornie naiwnych pytań dotyczących babek z piasku.