

Połączenie wieloskalowej metody elementów skończonych z nieciągłym podejściem Petrova-Galerkina

Jednym z najważniejszych czynników warunkujących rozwój nowych technologii są nowe materiały, które posiadają znacznie lepsze właściwości niż materiały tradycyjnie. Szczególnie istotną grupę stanowią kompozyty, które składają się z co najmniej dwóch materiałów i charakteryzują parametrami lepszymi niż którykolwiek ze składników oddzielnie. Są one projektowane w taki sposób, aby wykorzystać najbardziej pożądane cechy (np. wysoka wytrzymałość) jednego z materiałów i połączyć je z innymi wymaganymi cechami (np. niewielki ciężar własny) pozostałych. Zasadniczą częścią procesu projektowego są kosztowne i czasochłonne eksperymenty laboratoryjne. Wspomagane są one również obliczeniami numerycznymi, które pozwalają znacząco skrócić czas i koszt projektowania.

Ponieważ makroskopowe właściwości materiałów zależą od ich cech mikroskopowych, bardzo istotne jest przy projektowaniu kompozytów dobre zrozumienie, modelowanie i umiejętność kontrolowania wpływu efektów mikroskali na procesy i zjawiska makroskopowe. Jednak precyzyjne modelowanie wieloskalowe jest dużym wyzwaniem, głównie ze względu na złożoną mikrostrukturę rzeczywistych materiałów i możliwe znaczne deformacje na tym poziomie. Dlatego do uzyskania wiarygodnych wyników modelowania w rozsądnym czasie potrzebne są najbardziej zaawansowane metody numeryczne i specjalne techniki wieloskalowe.

Podstawowym celem projektu jest poprawienie efektywności i wiarygodności podejścia MsFEM i przyczynić się do lepszego zrozumienia relacji między mikrostrukturą a globalnymi właściwościami materiałów. Tym samym pomóc projektantom kompozytów przez stworzenia wirtualnego (cyfrowego) materiału. Nasz model będzie uwiarygodniony przez porównanie jego przewidywań z pomiarami laboratoryjnymi. W projekcie podejmujemy problem, który jest dodatkowo wymagający ze względu na brak periodyczności, tj. modelujemy materiały, których mikrostruktura nie wykazuje regularności, ale rozkład składników może być dowolny.

Podstawową metodą numeryczną stosowaną w inżynierii jest metoda elementów skończonych (MES). Zakłada ona podział analizowanego obszaru na zbiór (siatkę) niewielkich jego podobszarów, czyli tzw. elementów skończonych. W trakcie obliczeń każdemu z takich elementów przypisywane są odpowiednie stałe materiałowe. Trzeba zatem wygenerować tak gęstą siatkę, aby nawet najdrobniejszej inkluzji odpowiadał przynajmniej jeden element. W praktyce nawet samo utworzenie takiej siatki jest zagadnieniem bardzo złożonym (zwłaszcza dla analizy wykonywanej w przestrzeni 3D), gdyż wtrącenia często posiadają kształt nieregularny. Rozwiązanie zadania na wygenerowanej siatce o takiej gęstości jest najczęściej zadaniem niewykonalnym lub wysoce czasochłonnym.

Wieloskalowa MES, czyli rozwijane przez nas podejście, zakłada utworzenie znacznie rzadszej siatki niż opisana powyżej. Obliczenia mogą być zatem wykonane w akceptowalnym czasie. Ideą metody jest określenie efektywnych charakterystyk elementów takiej zgrubnej siatki na podstawie znajomości charakterystyk elementów siatki gęstej. Przedstawione podejście umożliwia więc znaczne skrócenie czasu obliczeń przy jednoczesnym uwzględnieniu w nich informacji o złożonej mikrostrukturze. Dodatkową zaletą metody jest fakt, iż wyznaczenie efektywnych charakterystyk elementów rzadkiej siatki odbywa się w sposób całkowicie niezależny. Tzn. po wygenerowaniu siatki rzadkiej wykonujemy pomocnicze obliczenia w obrębie każdego z jej elementów oddzielnie. Umożliwia to zrównoleglenie obliczeń, czyli jednoczesne ich wykonywanie dla wszystkich elementów, co znacznie skraca czas obliczeń.

Metoda elementów skończonych wymaga od użytkownika określenia dwóch zbiorów funkcji - testujących oraz próbnych. Najczęściej te zbiory się pokrywają. W przypadku wieloskalowej MES określenie efektywnych charakterystyk dla elementów siatki rzadkiej sprowadza się do wyznaczenia specjalnych funkcji, które są modyfikacją tych tradycyjnie stosowanych w obliczeniach. Modyfikacje uwzględniają rozkład poszczególnych składników kompozytu.

Drugim z aspektów rozwijanego przez nas podejścia jest zastosowanie w obliczeniach nieciągłej metody Petrova-Galerkina (*discontinuous Petrov-Galerkin method*, w skrócie DPG). Metoda ta zakłada, iż zbiory funkcji testujących i próbnych są różne. Dokładnie, dla zadanego zbioru funkcji próbnych wyznaczany jest optymalny zbiór funkcji testujących, który zapewnia najszybsze tempo zbieżności wyników.