

Popularnonaukowe streszczenie projektu

„Algebraic methods in the problem of approximation of nonlinear control systems”
(Algebraiczne metody w problemie aproksymacji nieliniowych układów sterowalnych)

by Prof. Grigory Sklyar,
Institute of Mathematics,
University of Szczecin

Współczesna teoria sterowania jest obszarem łączącym klasyczne i najnowsze metody z różnych dziedzin matematyki z zastosowaniami w konkretnych sferach nauki i technologii, takich jak mechanika, fizyka, chemia, biologia, ekonomia, socjologia itp. Połączenie to jest bardzo ważne; często okazuje się, że najbardziej naturalnymi i perspektywicznymi problemami w zakresie nauk podstawowych są te, które powstały na potrzeby zastosowań.

Teoria sterowania powstała jako teoria matematyczna w połowie XX wieku. Pierwsze jej osiągnięcia związane były z problemami sterowania raketami, obiektami powietrznymi i kosmicznymi, jak również ze sterowaniem różnymi procesami technologicznymi. Obecnie teoria sterowania jest stosowana praktycznie w każdym obszarze ludzkiej aktywności.

W teorii sterowania studiowane są procesy dynamiczne, które są matematycznie zazwyczaj opisywane poprzez układy równań różniczkowych lub różnicowych (przy dodatkowych ograniczeniach), gdzie pewne parametry – sterowania – mogą być zmieniane w dowolnym momencie czasu działania procesu, tak, jak chcemy. Najważniejszym problemem jest stworzenie metod planowania sterowań, przenoszących układ z danego stanu w inny, pożądany stan. To planowane sterowanie powinno również spełniać dodatkowe założenia, na przykład powinno być ograniczone, lub w pewnym sensie optymalne.

Ważną cechą nowoczesnej teorii sterowania jest fakt, że obecnie studiowane modele są często nieliniowe, a ponadto trudno jest zastosować ich liniowe aproksymacje. Metod liniowych nie można więc użyć, co poważnie komplikuje rozwiązywanie tego typu problemów i wymaga rozwoju specjalnych technik nieliniowych. W szczególności oznacza to, że wśród układów nieliniowych można wybrać takie prostsze układy by aproksymować inne układy nieliniowe o bardziej skomplikowanej strukturze. W poniższym projekcie rozważamy nieliniowe układy sterowania o szczególnej postaci (afiniczne lub liniowe ze względu na sterowanie i rzeczywiste analityczne ze względu na stan) i studiujemy ich lokalne zachowanie. Ważne jest opisanie wszystkich możliwych typów takich zachowań i, dla podanego układu, rozpoznanie typu jego zachowania w pobliżu podanego stanu. Okazuje się, że ten konkretny problem prowadzi do podstawowych problemów w dziedzinie czystej matematyki, jak wolne łączne algebry z gradacją oraz wolne algebry Liego z gradacją. Klasyfikacja sama w sobie jest raczej dokładna: przy naturalnych założeniach o niesingularności, wszystkie typu lokalnego zachowania takiego układu odpowiadają podalgebrze Liego z gradacją, o kowymiarze n (n oznacza tutaj wymiar układu). Taka klasyfikacja oznacza, że najwyraźniej można zastosować narzędzia algebraiczne, na przykład, przy projektowaniu sterowań w różnych sytuacjach. W proponowanych badaniach planujemy rozwinąć nowe, zaawansowane metody nieliniowe do analizy zachowania nieliniowych układów sterowalnych i rozwiązania problemów sterowania optymalnego. Otrzymane rezultaty mogą być podstawą dalszych badań teoretycznych, jak i przy projektowaniu sterowań w różnych zastosowaniach.