

## **Wpływ mechanizmów wymiany w węzłach na własności asymptotyczne zagadnień transportu na sieci**

Mottem przyświecającym temu projektowi naukowemu są słowa przypisywane Albertowi Einsteinowi, według których „Wszystko powinno się konstruować w sposób możliwie najprostszy, ale nie uproszczony”. Tak postawione zadanie jest wyjątkowo aktualne w naukach stosowanych, gdzie cały czas naukowcy starają się uchwycić równowagę pomiędzy prostotą opisu, a budowaniem modelu obejmującego najważniejsze cechy danego zjawiska. Oczywiście jest, że większa ilość danych zwiększa dokładność opisu, ale możemy podać wiele sytuacji, w których wprowadzenie całej wiedzy jaką posiadamy do modelu prowadzi do równań, które przekraczają nasze obecne możliwości analityczne. W tym kontekście widać jak ważne jest tworzenie kryteriów, które pomagają wybrać spośród możliwych modeli ten najbardziej optymalny. Jest to główny cel prowadzenia przez mnie matematycznych rozważań dotyczących asymptotyki zagadnienia transportowego na grafie.

Najprostszym wyjaśnieniem dynamiki modelu transportu na grafie jest opis przepływu cieczy przez sieć, na przykład kanalizacyjną, z wyszczególnieniem pewnej cechy tej cieczy, którą bada się w zależności od położenia oraz czasu. Okazuje się, że wprowadzanie różnych mechanizmów wymiany pomiędzy końcami odcinków tworzącymi sieć, daje szerokie możliwości interpretacji takiego układu, tak w dynamice populacyjnej, jak i teorii kolejek. W tym projekcie będę zajmowała się badaniem trzech takich mechanizmów. Skoro w modelu zakładamy, że jest pewien ustalony kierunek przepływu, to naturalne będzie określenie początków i końców krawędzi i wyznaczenie jaka część opisywanej masy przepływa z końca wybranej krawędzi na początek innej. Dla niektórych układów naturalnym założeniem będzie, że zawsze ta sama część masy jest transportowana na początek, a dla innych, że jej ilość zależy również od całkowitej masy na danym odcinku lub że zmienia się okresowo w czasie.

Zastanówmy się jeszcze, dlaczego rozważamy tzw. zagadnienie asymptotyczne. W modelach złożonych systemów często występują duże różnice pomiędzy wielkościami parametrów, wynikające z różnych skal czasowych opisywanych zjawisk. Uproszczenie modelu polega na rozważeniu sytuacji, gdy małe parametry równe są 0. Dynamika modelu może wówczas ulec istotnej zmianie dlatego, zamiast stosować takie podstawienie, rozważamy bardziej skomplikowaną matematyczną konstrukcję, tzw. zbieżność asymptotyczną. Ostatecznie celem projektu jest pokazanie zbieżności modeli transportu na grafach do prostszych modeli równań różniczkowych zwyczajnych, tak liniowych, jak i nieliniowych, przy przechodzeniu do zera z małym parametrem. Takie wyniki pozwalają oszacować błąd wynikający z zastosowania prostszego modelu zamiast tego bardziej złożonego. Ponadto planuję zbadać własności rozwiązań układów wyjściowych oraz granicznych, takie jak okresowość, czy superdyfuzyjność. Powinny one zależeć od warunków zadanych na brzegu oraz struktury połączeń w sieci. Lepsze zrozumienie mechanizmów działania obu modeli spowodują, że będą one bardziej dostępne dla naukowców z innych dziedzin.

Warto dodać na koniec, że oprócz zastosowań w innych naukach, projekt ten jest ważny dla matematyki teoretycznej, ponieważ tworzy połączenia pomiędzy dużymi działami matematyki, jakimi są teoria równań różniczkowych zwyczajnych oraz cząstkowych. Przyczynia się tym samym do scalania tej gałęzi nauki.