

Popularnonaukowe streszczenie projektu

Celem projektu jest badanie równań i układów półliniowych równań różniczkowych cząstkowych z operatorami nielokalnymi i danymi w postaci miar. Nieściśle mówiąc, przez operator lokalny rozumiemy taki operator, którego wartość na funkcji w danych punkcie przestrzeni zależy od wartości funkcji w całej przestrzeni, a nie jak w przypadku lokalnym, tylko od wartości funkcji w otoczeniu tego punktu. Jeżeli chodzi o termin „z danymi w postaci miar”, to możemy myśleć, że dane badanego równania są bardzo nieregularne.

Równania półliniowe z danymi w postaci miar, ale z operatorami lokalnymi, są intensywnie badane przez ostatnie 50 lat. Powodem są liczne zastosowania w zagadnieniach fizyki, biologii, chemii i matematyki finansowej. Warto tutaj nadmienić, że równania liniowe z miarami pojawiły się w literaturze matematycznej dużo wcześniej, jako jedno z podstawowych narzędzi w teorii potencjału (słynne twierdzenie Herglotza z 1911 r. o reprezentacji nieujemnych funkcji harmonicznych).

Zupełnie niedawno matematycy rozpoczęli badania równań różniczkowych cząstkowych z operatorami nielokalnymi, głównie z tzw. ułamkowym laplasjanem. Badanie takich równań z danymi w postaci miar jest raczej trudne, ponieważ nielokalność operatora i nieregularność danych powodują pojawienie się nowych, subtelnych zjawisk. Z drugiej strony, z tych samych powodów, w badaniach tych równań pojawiają się bardzo interesujące problemy matematyczne.

W projekcie chciałbym badać półliniowe równania (zarówno eliptyczne jak i paraboliczne) z danymi w postaci miar i operatorami z dość szerokiej klasy tzw. operatorów Dirichleta. Klasa ta zawiera wszystkie podstawowe operatory lokalne i nielokalne. W swoich badaniach chciałbym wykorzystać metody probabilistyczne, głównie metody analizy stochastycznej i probabilistycznej teorii potencjału. Ponieważ teoria równań z nielokalnymi operatorami i miarami dopiero zaczyna się rozwijać, w badaniach chciałbym skupić się na podstawowych problemach, takich jak istnienie i jednoznaczność rozwiązań, regularność i stabilność rozwiązań, asymptotyczne (względem czasu) zachowanie się rozwiązań i innych.