

Popularnonaukowe streszczenie projektu

Głównym celem naszych badań są rozwiązania równania Schrödingera postaci

$$-\Delta u + V(x)u = f(x, u).$$

Rozwiązania tego równania opisują propagację światła w kryształach fotonicznych. Kryształy fotoniczne mają okresową optyczną nanostrukturę. Może ona posiadać jednak pewien defekt – zaburzenie okresowości. Za opis nanostruktury odpowiada zewnętrzny potencjał V występujący w równaniu, przyjmuje on postać

$$V = V_{per} + V_{loc},$$

gdzie V_{per} jest funkcją okresową (odpowiedzialną za okresową nanostrukturę), zaś V_{loc} jest funkcją zlokalizowaną (zanikającą w nieskończoności), która odpowiada za defekt. W nieliniowej optyce, funkcja f odpowiada za polaryzację materiału. Projekt skupia się na istnieniu rozwiązań w stanie podstawowym (ang. ground state) w przypadku nieliniowości f zmieniających znak postaci

$$f(x, u) = f_1(x, u) - f_2(x, u),$$

np. $f(x, u) = K(x)|u|^{p-2}u - \Gamma(x)|u|^{q-2}u$. Tej postaci nieliniowości pozwalają nam modelować zjawisko (w zależności zarówno od położenia punktu w kryształach, jak i od właściwości samego światła) rozszczepiania i skupiania światła w kryształach fotonicznych. Interesuje nas również zagadnienie półklasycznej granicy (ang. semiclassical limit), tj. istnienie i zachowywanie się rozwiązań zagadnienia

$$-\hbar\Delta u + V(x)u = f(x, u),$$

gdy \hbar jest małe (dokładniej: $\hbar \rightarrow 0$). Zagadnienie to stanowi pomost pomiędzy mechaniką klasyczną (Newtonowską), a mechaniką kwantową. Dodatkowo badania będą dotyczyły również równań z innymi operatorami, które znajdują zastosowanie również w innych dziedzinach fizyki matematycznej.