

Niestandardowe modele arytmetyki i formalne teorie prawdy

Popularnonaukowy opis projektu

Logika bywa określana jako nauka o prawdzie lub o transmisji prawdy (tj. o rozumowaniach, które od prawdziwych przesłanek prowadzą do prawdziwych wniosków). Od rezultatów naszego poznania (zdań, teorii etc.) oczekujemy (w idealnej sytuacji), by były prawdziwe. Nasuwa to naturalne filozoficzne pytanie: czym jest prawda? Od początków XX wieku logicy i filozofowie odpowiadali i odpowiadają na to pytanie na rozmaite sposoby - współczesna postać badań nad tym zagadnieniem, tj. dziedzina aksjomatycznych i semantycznych teorii prawdy, stanowi jeden z najżywszych obszarów badań filozoficznych na świecie. Związane z powyższym pytania mogą przybierać następującą postać: co to znaczy, że zdania matematyki są prawdziwe? Czy wiedza matematyczna ma obiektywny i niezależny od podmiotu poznawczego charakter? Jak jest właściwe poznanie matematycznemu pojęcie prawdy? Celem niniejszego projektu jest przybliżenie nas do odpowiedzi na te pytania. Chcemy w ramach przygotowywanej rozprawy doktorskiej zbadać własności aksjomatycznych teorii prawdy, w szczególności ich siły wyrazu, a w konsekwencji zbadać ich adekwatność jako eksplikacji pojęcia prawdy; znaleźć własności metasemantyczne arytmetyki, w szczególności - własności klas spełniania w niestandardowych modelach arytmetyki jako eksplikacji pojęcia prawdy dla modeli niestandardowych. W szczególności mamy zamiar odpowiedzieć następujące filozoficzne pytania:

1. Czy pojęcie (modelu standardowego) liczb naturalnych jest zupełne, czy pojęcie (teoriomodelowej) prawdy arytmetycznej jest jednoznacznie określone (absolutne), i co najistotniejsze: czy absolutność pojęcia prawdy może wynikać z zupełności pojęcia liczb naturalnych?
2. Czy da się wyróżnić model standardowy za pomocą jakichś metodologicznie i epistemologicznie akceptowalnych teoretycznych narzędzi (np. obliczeniowych)?
3. Czy wobec istnienia niestandardowych modeli dla teorii prawdy można podać jakieś wynikające z własności pojęcia prawdy charakteryzacje (kombinatoryczne) struktur interpretujących predykat prawdy, które to własności pozwalałyby na wyróżnianie, rozróżnianie i klasyfikację tych struktur?

Głównym narzędziem badawczym w projekcie jest dowód matematyczny i logiczna analiza pojęciowa. Szczególny nacisk położony zostanie na przedstawienie filozoficznych interpretacji wyników badań w filozofii umysłu, teorii wiedzy, teoriach prawdy i podstawach matematyki.

Matematyczne badania dotyczące logicznych własności niestandardowych modeli arytmetyki w kontekście teorii prawdy dostarczają nam narzędzi do odpowiadania na filozoficzne pytania dotyczące stosowalności pojęcia prawdy. Jednym z głównych rezultatów projektu będzie dokonanie analizy pewnych istotnych problemów filozoficznych przy pomocy metod matematycznych.