

## POPULARNONAUKOWY OPIS BADAŃ PROWADZONYCH W RAMACH ROZPRAWY DOKTORSKIEJ

Z klasycznej nierówności izoperymetrycznej na sferze wynika następujący fenomen: na wysokowymiarowej sferze  $S^{n-1} \subset \mathbb{R}^n$  unormowana miara powierzchniowa niezmiennicza na obroty koncentruje się wokół równika (a wręcz: wokół każdego z kół wielkich (!)). Konsekwencją tego faktu jest to, że funkcje lipszycowskie (czyli funkcje o małych lokalnych oscylacjach) są z punktu widzenia tej miary praktycznie stałe. Ta elementarna, ale bardzo głęboka obserwacja wyznaczyła ważny kierunek badań w wysokowymiarowym rachunku prawdopodobieństwa, a otrzymane wyniki znajdują liczne zastosowania w różnych działach matematyki (m.in. w analizie funkcjonalnej, statystyce i konstrukcjach geometrycznych obiektów o ekstremalnych właściwościach).

Wygodnym narzędziem do otrzymywania i badania nierówności koncentracyjnych są nierówności funkcyjne, takie jak nierówność Poincarégo, nierówność logarytmiczna Sobolewa czy nierówności transportowe.

W latach dziewięćdziesiątych Michel Talagrand zauważył, że jeśli zawężymy naszą uwagę do lipszycowskich funkcji wypukłych, to nierówności koncentracyjne można otrzymywać przy dużo słabszych założeniach, np. dla dowolnej miary produktowej o zwartym nośniku. Ta obserwacja może wydawać się o tyle zdumiewająca, że warunkiem koniecznym dla zachodzenia wielu klasycznych nierówności funkcyjnych, które pozwalają uzyskiwać oszacowania koncentracyjne dla wszystkich funkcji lipszycowskich (np. nierówności Poincarégo), jest wręcz spójność nośnika miary.

Można też badać odwrotną sytuację, w której chcemy uzyskać wyniki dla szerszej klasy funkcji, niekoniecznie lipszycowskich (np. wielomianów). Rozszerzenie klasy funkcji wymaga jednak nałożenia dodatkowych warunków na regularność miary i co więcej zastosowania nowych metod, wybiegających poza podejścia stosowane w dobrze zbadanej klasycznej teorii.

Biorąc pod uwagę liczbę zastosowań i przydatność nierówności koncentracyjnych, jak i samych nierówności funkcyjnych, które służą do ich otrzymywania, wydaje się ważnym zadaniem dogłębne ich zbadanie. Przygotowywana rozprawa ma przyczynić się do zrozumienia i rozwoju niedawno wprowadzonych metod badania nierówności funkcyjnych i transportowych dających oszacowania koncentracyjne, ze szczególnym naciskiem na zależność tych metod i uzyskiwanych wyników od klasy funkcji, dla których chcemy otrzymać oszacowania.