

**Królewskie miary niehiperboliczne
oraz zastosowania pseudometryk Feldmana-Katoka i Besicovitcha
— opis popularnonaukowy**

Mając dany układ dynamiczny, czyli model zjawiska zmieniającego się w czasie, możemy rozważać rodzinę miar, które są niezmiennicze względem przekształcenia zadającego dynamikę. Ważną klasą takich miar są miary ergodyczne, czyli takie, względem których układ jest nierozkładalny na podukłady.

Mówimy, że układ dynamiczny jest *hiperboliczny*, jeżeli możemy w nim wyróżnić kierunki ściągające i rozpychające. Abraham i Smale pokazali, że dyfeomorfizmy hiperboliczne nie muszą być gęste w przestrzeni wszystkich dyfeomorfizmów danej rozmaitości. Wynik ten zainspirował Pesina do badania innej formy hiperboliczności: postawił on definicję *hiperbolicznej miary niezmienniczej*.

Głównym celem projektu jest **badanie niehiperbolicznych miar ergodycznych dyfeomorfizmów rozmaitości gładkich**. Skupimy się na *miarach królewskich*, które wprowadzili Gorodietki, Iljaszenko, Klepcyn i Nalski [5]. Miary te są granicami miar skupionych na orbitach okresowych o pewnych szczególnych własnościach. Dzięki konstrukcji z [5] udało się wykazać, że dla szerokiej klasy układów dynamicznych [1, 2, 3, 4, 7, 8] brakowi hiperboliczności towarzyszy istnienie niezmienniczej miary niehiperbolicznej. Stosując wprowadzoną przez nas pseudometrykę Feldmana-Katoka wykazaliśmy niedawno w [6], że wszystkie miary królewskie są luźnymi miarami Kroneckera (w szczególności mają zerową entropię, czyli — w pewnym sensie — są nieskomplikowane). Pseudometryka Feldmana-Katoka jest dynamicznie generowana. Oznacza to, że mierzy ona, jak bardzo różnią się od siebie trajektorie dwóch punktów (względem ustalonego przekształcenia). Niniejszy projekt ma na celu **rozwiniecie teorii dynamicznie generowanych pseudometryk** (Feldmana-Katoka i Besicovitcha) a następnie **wykorzystanie tych technik do dalszego badania własności miar królewskich**.

Literatura

- [1] C. Bonatti, L. J. Díaz, and A. Gorodetski, *Non-hyperbolic ergodic measures with large support*, *Nonlinearity* **23** (2010), no. 3, pp. 687–705.
- [2] C. Bonatti, J. Zhang, *On the existence of non-hyperbolic ergodic measures as the limit of periodic measures*, preprint (2016), available at <http://arxiv.org/abs/1606.06119>.
- [3] C. Cheng, S. Crovisier, S. Gan, X. Wang and D. Yang, *Hyperbolicity versus non-hyperbolic ergodic measures inside homoclinic classes*, preprint (2015), available at <http://arxiv.org/abs/1507.08253>.
- [4] L. J. Díaz, A. Gorodetski, *Non-hyperbolic ergodic measures for non-hyperbolic homoclinic classes*, *Ergodic Theory and Dynamical Systems* **29** (2009), no. 5, pp. 1479–1513.
- [5] A. Gorodetski, Yu S. Ilyashenko, V. Kleptsyn, and M. Nalsky, *Nonremovable zero Lyapunov exponent*, *Functional Analysis and Its Applications* **39** (2005), no. 1, pp. 21–30.
- [6] D. Kwietniak, M. Łącka, *Royal Nonhyperbolic Measures are Loosely Kronecker: an Application of the Feldman-Katok Pseudometric*, available at <https://arxiv.org/pdf/1702.01962.pdf>.
- [7] V. Kleptsyn, M. Nalski, *Stability of existence of non-hyperbolic measures for C^1 -diffeomorphisms*, *Functional Analysis and its Applications* **41** (2007), no. 4, pp. 271–283.
- [8] Xiaodong Wang, Jinhua Zhang, *Ergodic measures with multi-zero Lyapunov exponents inside homoclinic classes*, preprint (2016), available at <https://arxiv.org/abs/1604.03342>.