

Popularnonaukowe streszczenie projektu

Celem projektu jest badanie tzw. stochastycznych równań różniczkowych wstecz. Równania te zostały wprowadzone w 1990 r. przez E. Pardoux i S. Penga. Od tego czasu teoria takich równań jest intensywnie rozwijana, głównie ze względu na swoje liczne i ciekawe zastosowania, między innymi do nieliniowych równań różniczkowych cząstkowych, zagadnień matematyki finansowej (np. wyceny opcji) oraz ekonomii matematycznej (np. problemów optymalnego zatrzymywania procesów lub optymalnego przełączania procesów, powiedzmy produkcji, z trybu „pracuje” na „nie pracuje”).

Zdecydowana większość istniejących prac poświęconych równaniom wstecz dotyczy równań z tzw. filtracją brownowską. Intuicyjnie, równania takie pojawiają się w przypadkach, gdy opisujemy zjawiska fizyczne z oddziaływaniami lokalnymi albo opisujemy zjawiska ekonomiczne za pomocą procesów ciągłych. W celu opisu zjawisk nielokalnych albo opisu zjawisk ekonomicznych, w których pojawiają się procesy nieciągłe (np. dopuszczamy aby w modelu ekonomicznym cena akcji mogła mieć skoki), istnieje potrzeba rozszerzenia istniejącej teorii na równania z ogólniejszą „niebrownowską” filtracją. Teoria takich równań jest rozwijana od 5-6 lat, między innymi przez członków zespołu badawczego.

W projekcie chcemy skupić się na kilku grupach zagadnień. Można je sklasyfikować następująco.

- Stochastyczne równania różniczkowe wstecz z ogólną „niebrownowską” filtracją i ich zastosowania do równań różniczkowych cząstkowych z operatorami nielokalnymi, np. równań z tzw. ułamkowym laplasjanem.
- Stochastyczne równania różniczkowe wstecz z odbiciem i ogólną filtracją. Zastosowania do tzw. problemów z przeszkodą oraz do zagadnień optymalnego zatrzymywania, zwłaszcza do tzw. gier Dynkina. Gry te pojawiają się np. przy wycenie tzw. opcji izraelskich, tzn. opcji w których zarówno sprzedający, jak i kupujący opcję może ją zrealizować w dowolnym wybranym przez siebie momencie.
- Stochastyczne równania różniczkowe wstecz z odbiciem i nieregularnymi trajektoriami. Równania z takimi trajektoriami pojawiają się w naturalny sposób w modelowaniu pewnych rzeczywistych zjawisk.