

## Nieprzemienność probabilistyka - związki pomiędzy różnymi rodzajami niezależności

Pojęcie niezależności odgrywa ważną rolę zarówno w życiu codziennym jak i w matematyce. Intuicyjne pojęcie niezależności zjawisk może zostać sformalizowane, zachowując swoje pierwotne intuicyjne znaczenie. Formalna definicja mówi, że dwa zdarzenia  $A, B$  są niezależne wtedy i tylko wtedy gdy prawdopodobieństwo zajścia obu z nich czyli zdarzenia  $A \cap B$  jest równe iloczynowi prawdopodobieństw zajścia pojedynczych zdarzeń  $A, B$  czyli

$$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B).$$

Powyższa definicja jest fundamentem teorii prawdopodobieństwa.

Niniejszy projekt poświęcony jest badaniu niezależności w nieprzemiennej rachunku prawdopodobieństwa. W nieprzemiennej teorii prawdopodobieństwa badane obiekty są, w odróżnieniu od np. liczb rzeczywistych, nieprzemienne ze względu na mnożenie, tzn. nie jest prawdą że  $ab = ba$ . Okazuje się, że w takiej sytuacji możliwe są nowe, naturalne definicje niezależności nieprzemiennych obiektów (nieprzemiennych zmiennych losowych). Wśród różnych rodzajów niezależności w nieprzemiennej probabilistyce ważną rolę odgrywają: wolność, boolowska niezależność,  $c$ -wolność, wolność infinitesimalna.

Nieprzemienność teorii prawdopodobieństwa i różne rodzaje nieprzemiennej niezależności mogą wydawać się pojęciami bardzo abstrakcyjnymi. Mimo to teoria ta znajduje wiele zastosowań, między innymi w fizyce kwantowej, kwantowej teorii informacji, czy w badaniu sieci bezprzewodowych. Wynika to z bliskich związków tej teorii z teorią macierzy losowych.

Celem tego projektu jest badanie związków pomiędzy różnymi rodzajami niezależności istniejącymi w nieprzemiennej teorii prawdopodobieństwa i ich konsekwencji dla nieprzemiennej probabilistyki. W szczególności chcielibyśmy się skupić na badaniu związków pomiędzy wolnością i niezależnością boolowską, nasze badania mają na celu lepsze zrozumienie wolnej nieskończonej podzielności  $*$ -rozkładów zmiennych losowych. Nieskończona podzielność to własność zmiennych losowych mówiąca, że dla dowolnej liczby  $n \geq 1$  daną zmienną losową  $X$  można przedstawić jako sumę  $n$  niezależnych, ale w pewnym sensie takich samych zmiennych.

W ramach naszych badań chcielibyśmy również szukać związków  $c$ -wolności z innymi strukturami w wolnej probabilistyce. Tzw.  $c$ -wolność w pewnym sensie unifikuje pojęcie wolności i boolowskiej niezależności. Stąd ciekawe wydaje się znalezienie związków  $c$ -wolności z innymi strukturami takimi jak np. wolności infinitesimalna. Badanie te mogą skutkować znalezieniem nowych zastosowań  $c$ -wolności i w szczególności powiązaniem tej teorii z teorią macierzy losowych.