

Nasz projekt koncentruje się na badaniach matematycznych związanych z problemami fizycznymi, w których ważną rolę odgrywają metody teorii rachunku prawdopodobieństwa, procesów stochastycznych i pól losowych. W szczególności problematyka ta motywowana jest zagadnieniami wynikającymi z teorii przewodnictwa cieplnego i turbulentnego transportu. Ze względu na złożoność układów, o których mowa, naturalnym jest opis ich ewolucji przy użyciu procesów stochastycznych i pól losowych. Jednym z najczęściej formułowanych problemów stawianych w tych modelach jest zagadnienie przejścia od skal mikroskopowych, w których sformułowany jest model, do skal makroskopowych, w których chcemy uzyskać opis interesującego nas zjawiska. W uzyskaniu makroskopowego opisu tego typu układów ważną rolę odgrywają metody pochodzące z teorii granic hydrodynamicznych, lub też teorii stochastycznej homogenizacji, które są częścią współczesnej teorii rachunku prawdopodobieństwa.

Niniejszy projekt składa się z dwóch części. W pierwszej, proponujemy badanie zagadnienia transportu ciepła w ośrodku jednowymiarowym. W tym przypadku przewodnik modelowany jest przy pomocy łańcucha oscylatorów harmonicznych ze stochastycznym mechanizmem wymiany pędów. Jego dynamika opisana jest przy pomocy procesów stochastycznych. Planujemy badać układy skończone z brzegiem dwupunktowym (w wymiarze 1), w którym umieszczone są termostaty utrzymujące końce przewodnika w stałej temperaturze. Chcemy pokazać, iż graniczny rozkład temperatury opisany jest rozwiązaniem ułamkowego równania dyfuzji. Dodatkowo, w tej części naszych badań, planujemy zająć się problemem opisu ewolucji w czasie składowych mechanicznej i termicznej energii danego łańcucha. Powyższe terminy odnoszą się do dwóch form energii, która związana jest z układem drgających molekuł. Jedna z nich (bardziej zorganizowana) opisana jest przez makroskopowy profil i nosi nazwę *energii mechanicznej*, druga zaś związana jest z losowymi fluktuacjami wokół tego profilu i nosi nazwę *energii termicznej*. Naszym celem jest sformułowanie równań, które opisują makroskopową ewolucję obu tych form energii w przypadku tzw. *łańcuchów nieakustycznych* (t.j. takich, w których prędkość dźwięku wynosi 0).

W drugiej części niniejszego projektu planujemy badanie zagadnienia ruchów w polach losowych. Jedną z hipotez sformułowanych w ramach tej tematyki (popartą wynikami numerycznymi) jest przypuszczenie, iż trajektorie cząstki (zwanej także traserem), poruszającej się w silnie mieszającym polu losowym, spełniają centralne twierdzenie graniczne. Powyższe stwierdzenie oznacza, iż trajektorie te, rozpatrywane w skalach makroskopowych, przypominają trajektorie ruchu Browna. Autor niniejszego projektu opublikował już szereg prac dotyczących tego zagadnienia zawierających pozytywną odpowiedź na powyższe pytanie dla szeregu klas pól losowych, jak np. pola markowskie mieszające w czasie i przestrzeni, pola gaussowskie o skończonym zakresie korelacji czasowych. Postęp jaki uzyskany został ostatnio w badaniach dotyczących własności ergodycznych stochastycznych układów dynamicznych przy pomocy metody zwanej *couplingiem* daje nadzieję, iż zastosowanie tych technik dla badania ruchów w polach losowych przyczyni się do wzmocnienia dotychczasowych wyników dla zagadnienia centralnego twierdzenia granicznego dla trajektorii trasera. Drugim problemem, który planujemy badać w tej części projektu jest zagadnienie ruchów w polach niestacjonarnych. Większość dotychczasowych wyników w zakresie tej tematyki wymaga założenia o stacjonarności pola prędkości. Pojęcie to oznacza, iż opis statystyczny pola losowego nie zmienia się jeśli przesuwamy go będziemy w przestrzeni, lub czasie. Na ogół wynika to z faktu, iż dowody używają narzędzi teorii ergodycznej, w której założenie stacjonarności gra kluczową rolę. Proponujemy aby odejść od tej hipotezy formułując własność lokalnej ergodyczności, która pozwoli nam lokalnie uśredniać trajektorię ruchu cząstki i otrzymać dzięki temu jej aproksymację dyfuzyjną. W końcu planujemy zająć się problemem ruchów w polach lokalnie ergodycznych, które nie są silnie, lecz jedynie słabo mieszające. W przypadku trasera granicznym opisem jego ruchu jest tzw. *superdyfuzja*, t.j. proces, którego średnia kwadratu przemieszczenia rośnie szybciej niż w sposób liniowy (jak ma to miejsce w przypadku dyfuzji).