

POPULARNONAUKOWE STRESZCZENIE PROJEKTU

Przedmiotem projektu są trzy zadania badawcze na skrzyżowaniu teorii liczb oraz teorii układów dynamicznych, obszaru intensywnych badań o niewyraźnie wyodrębnionych granicach. Dziedzina ta obejmuje takie zagadnienia jak dynamika arytmetyczna nad ciałami liczbowymi oraz ciałami lokalnymi, ergodyczna teoria Ramseya, przestrzenie moduli układów dynamicznych, dynamika jednorodna, kodowania arytmetyczne (np. β -rozwinęcia), iteracje szeregów potęgowych w ciałach skończonych oraz ciałach lokalnych, a nawet zagadnienia takie jak problem Collatza.

Głównym celem projektu jest stworzenie nowych teoriolichbowych i algebraicznych technik pozwalających na badanie zagadnień o dynamicznym pochodzeniu i charakterze. W projekcie, zbadamy trzy następujące tematy badawcze:

- A. Dynamiczne funkcje dzeta odwzorowań wymiernych w dodatniej charakterystyce.
- B. Deformacje lokalnych działań grup i ciągi automatyczne.
- C. Wyżej wymiarowe analogony twierdzenia Davenporta–Erdősa.

Powyższe trzy tematy mają swe źródła w różnych dziedzinach. Pierwszy z nich bada wymierność oraz przestępnosć dynamicznych funkcji dzeta odwzorowań regularnych prostej rzutowej nad ciałem dodatniej charakterystyki. Przynależy on do dynamiki arytmetycznej, lecz jego pochodzenie jest związane z dynamiką zespoloną. Problem został całkowicie rozwiązany w charakterystyce zero, w charakterystyce dodatniej znane są jednak jedynie częściowe wyniki Bridy’ego o ograniczonym zakresie.

Drugi temat proponuje nowe podejście do szeroko badanego problemu klasyfikacji deformacji lokalnych działań grup. Zamierzamy zastosować do ich badania techniki związane z ciągami automatycznymi. Ciągi automatyczne pochodzą z informatyki teoretycznej, lecz są ściśle związane z algebrą, dynamiką symboliczną, logiką i innymi działami matematyki.

Przedmiotem trzeciego tematu są własności kombinatoryczne zbiorów liczb B -wolnych. Dla podzbioru B liczb naturalnych rozpatrujemy zbiór liczb B -wolnych składający się z liczb całkowitych nie podzielnych przez żaden element zbioru B . Zbiory te badano po raz pierwszy w latach 30-tych w związku z tzw. liczbami obfitymi. Zbiory liczb B -wolnych stały się niedawno ważne z dynamicznego punktu widzenia. W 2010 roku Sarnak zaproponował zbadanie tzw. przesunięcia bezkwadratowego i wyraził nadzieję, że dokładne zbadanie dynamicznych i ergodycznych własności tego układu może pomóc stworzyć techniki, które doprowadzą do lepszego zrozumienia dystrybucji liczb pierwszych. Podobne pytania można postawić także dla ogólnych zbiorów B -wolnych. W ostatnich latach próbowano przenieść uzyskane wyniki na przesunięcia względem działań grupy \mathbf{Z}^d przy $d \geq 2$. Główną przeszkodą, która czyni ten problem dużo trudniejszym w pełnej ogólności zbiorów B -wolnych jest brak wielowymiarowej wersji twierdzenia Davenporta–Erdősa.

Aby rozwiązać powyższe problemy konieczne będzie wprowadzenie, adaptacja i zastosowanie szerokiego grona metod z działów takich jak algebraiczna i analityczna teoria liczb, analiza niearchimedesowa, algebra, ciągi automatyczne, geometria arytmetyczna i dynamika.