STRESZCZENIE

Planujemy badać problemy z pogranicza logiki (deskryptywnej teorii mnogości, również teorii modeli), teorii Ramsey'a, dynamiki topologicznej i teorii kontinuów. Projekt podzielony jest na trzy części:

- automatyczna ciągłość grup homeomorfizmów przestrzeni zwartych metrycznych;
- uniwersalne potoki minimalne grup homeomorfizmów i teoria Ramsey'a;
- grupy funkcji mierzalnych.

Projekt ten skupia się na własnościach algebraicznych i topologicznych oraz na dynamice grup ośrodkowych metryzowalnych w sposób zupełny zwanych *grupami polskimi*. Klasa grup polskich zawiera grupy lokalnie zwarte (na przykład grupy Liego), ale jest znacznie więcej przykładów. Grupy polskie są rozważane w takich dziedzinach jak deskryptywna teoria mnogości, teoria modeli, informatyka teoretyczna, teoria Ramsey'a, dynamika topologiczna, teoria kontinuów, teoria ergodyczna. Ważną klasą grup polskich są *grupy permutacji*, czyli grupy automorfizmów struktur przeliczalnych. Inne ważne przykłady są pośród grup izometrii przestrzeni metrycznych czy też grup homeomorfizmów przestrzeni zwartych metrycznych.

Jest wiele zjawisk, które mają miejsce w przypadku pewnych grup polskich i nie mają miejsca dla grup lokalnie zwartych. Na przykład, każda grupa topologiczna lokalnie zwarta, która nie jest zwarta, ma kontinuum wiele nieizomorficznych potoków minimalnych, zawsze część z nich jest niemetryzowalna. Z drugiej strony, jest wiele grup polskich, które mają dokładnie jeden potok minimalny równy jednemu punktowi (na przykład tę własność ma grupa operatorów unitarnych nieskończenie wymiarowej przestrzeni Hilberta z silną topologią operatorową).

W dużej części projektu planujemy skupić się na grupach homeomorfizmów przestrzeni zwartych metrycznych, które są (aproksymowalnie) projektywnie ultrajednorodne. Prototypem przestrzeni ultrajednorodnej jest zbiór liczb wymiernych ze zwykłym porządkiem: każda bijekcja pomiędzy podzbiorami skończonymi, która zachowuje porządek, przedłuża się do zachowującej porządek bijekcji całego zbioru liczb wymiernych. Jest wiele struktur ultrajednorodnych pośród grafów, hipergrafów, przestrzeni metrycznych. Struktura jest *ultrajednorodna* jeśli każdy izomorfizm pomiędzy skończonymi podstrukturami rozszerza się do automorfizmu całej struktury. Ważnym przykładem struktury ultrajednorodnej jest *przestrzeń metryczna Urysohna* U, czyli jedyna z dokładnością do izometrii zupełna przestrzeń metryczna, taka że każda skończona przestrzeń metryczna wkłada się izometrycznie w U oraz każda izometria pomiędzy dwoma skończonymi podprzestrzeniami U rozszerza się do izometrii U. Grupy izometrii i grupy homeomorfizmów struktur (aproksymowalnie, projektywnie) ultrajednorodnych są zawsze bardzo bogate, co sprawia że studiowanie ich jest bardzo nietrywialne i fascynujące.