Nr rejestracyjny: 2016/23/G/ST1/04282; Kierownik projektu: prof. dr hab. Jarosław Antoni Wiśniewski

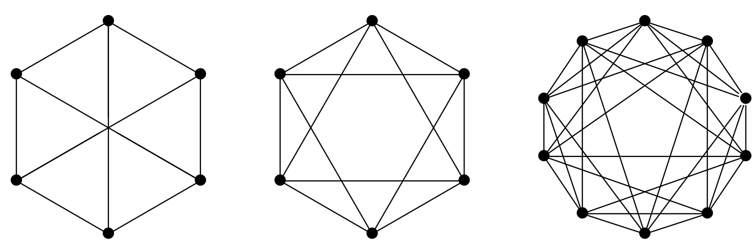
Algebraiczne działania torusa: geometria i kombinatoryka
Popularnonaukowe streszczenie projektu

Geometria algebraiczna jest kluczową dziedziną matematyki, powiązaną z geometrią różniczkową, analizą, topologią i algebrą przemienną. Badania w geometrii algebraicznej są motywowane ważnymi zastosowaniami w innych dziedzinach matematyki, jak również w fizyce teoretycznej, biologii obliczeniowej, informatyce i naukach technicznych.

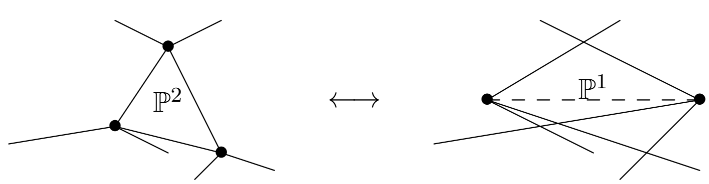
Z drugiej strony, geometria algebraiczna korzysta z całej gamy metod pochodzących, między innymi, z topologii, analizy i matematyki dyskretnej. Symetrie obiektów algebraicznych i geometrycznych, które nazywamy *rozmaitościami*, pozwalają na stosowanie metod kombinatorycznych. Symetrie, lub ogólniej, *działania grup*, umożliwiają redukcję problemów dotyczących złożonych wielo-wymiarowych rozmaitości do zagadnień (zasadniczo prostszych) dotyczących obiektów dyskretnych lub geometrii wielościanów.

Przedstawiony projekt koncentruje się na rozmaitościach, na których działa torus algebraiczny. W tej sytuacji wiele ważnych własności rozmaitości można zakodować w obiektach położonych w zwykłej przestrzeni euklidesowej. Idąc tym tropem, wprowadzamy pojęcie *rusztu* rozmaitości, który jest strukturą składającą się z punktów i odcinków w przestrzeni euklidesowej. W ruszcie są zakodowane informacje o rozmaitości i o działaniu na niej torusa algebraicznego.

Aby to zilustrować, poniżej przedstawiamy ruszty rozmaitości z działaniem dwuwymiarowego torusa, które mogą być naszkicowane na płaszczyźnie. Diagram po lewej stronie przedstawia ruszt trójwymiarowej rozmaitości flag parametryzującej punkty i zawierające je proste na rzutowej płaszczyźnie. W środku narysowany jest ruszt kwadryki czterowymiarowej. Natomiast po prawej stronie mamy ruszt rozmaitości Grassmanna wymiaru sześć, która parametryzuje proste w przestrzeni rzutowej wymiaru cztery.



Korzystając z rusztów spodziewamy się lepiej zrozumieć małe modyfikacje, lub chirurgie rozmaitości, które nazywa się *flipami*. Poniżej prezentujemy modyfikację rusztu odpowiadającą flipowi rozmaitości wymiaru cztery: płaszczyzna $\mathbb{P}^2$ została zastąpiona przez linię $\mathbb{P}^1$.



Przedstawione powyżej pojęcie rusztu jest tylko jednym z wielu narzędzi, pochodzących z kombinatoryki i matematyki dyskretnej, które zamierzamy stosować badając rozmaitości z działaniem torusa algebraicznego.