

STRESZCZENIE POPULARNONAUKOWE PROJEKTU:

Metody algebraiczne w badaniu kwantowego równania Yanga-Baxtera - klamerki i algebry łączne.

Tematyka projektu dotyczy metod i struktur algebraicznych tworzonych w kontekście kwantowego równania Yanga-Baxtera. Równanie to leży u źródeł burzliwego rozwoju kilku działów matematyki, w tym zwłaszcza teorii grup kwantowych i związanych z tym aspektów teorii algebr Hopfa. Poszukiwanie rozwiązań tego równania, i ich różnorodne zastosowania, w dużej mierze realizuje się na drodze rozwoju metod algebraicznych, bazujących na teorii algebr nieprzemiennej, teorii półgrup, teorii grup i związanych z nimi struktur kombinatorycznych i algebraicznych. Fundamentalny otwarty problem motywujący projekt dotyczy opisu i klasyfikacji tak zwanych teoriozbiorowych rozwiązań kwantowego równania Yanga-Baxtera. Proponowane metody badań oparte są na strukturach zwanych klamerkami ('braces') oraz na pewnych klasach algebr łącznych, w tym algebrach związanych z tak zwanym warunkiem warkoczowym ('braid relation'), odgrywającym ważną rolę w wielu działach matematyki.

Wiadomo jest, że opis i klasyfikacja wszystkich skończonych teoriozbiorowych rozwiązań równania Yanga-Baxtera sprowadza się do opisu wszystkich skończonych klamerki. Wobec tego, pierwszym kluczowym problemem jest konstrukcja wszystkich prostych klamerki (tak, jak w teorii grup skończonych fundamentalnym problemem była klasyfikacja skończonych grup prostych). A w następnym kroku, naturalnym podstawowym problemem jest pytanie o to, jak ze struktur prostych budować można dowolne struktury ('problem rozszerzeń'). Z drugiej strony, projekt przewiduje zbadanie własności kombinatorycznych, strukturalnych i reprezentacji pewnych klas algebr łącznych. Po pierwsze, chodzi o algebry stowarzyszone z klamerkami i z warunkiem warkoczowym. Po drugie, chodzi o algebry związane z równaniem pięciokąta, które pojawiło się ostatnio w wielu kontekstach matematycznych (teoria reprezentacji, kombinatoryka algebraiczna, kombinatoryczna teoria algebr łącznych, fizyka matematyczna). Celem jest zbadanie i zrozumienie powiązań pomiędzy tymi obszarami, ukrytych w naturze relacji zadających prezentacje tych klas algebr. Także z punktu widzenia zastosowań w kontekście równania Yanga-Baxtera.

Motywacją i punktem wyjścia tego projektu są niedawne rezultaty wielu autorów, leżące na styku teorii grup kwantowych, teorii reprezentacji, strukturalnej i kombinatorycznej teorii algebr łącznych, teorii grup, teorii algebr Hopfa, pewnych aspektów fizyki matematycznej i teorii węzłów. O tym, że jest to aktualna tematyka badań świadczy wiele publikacji w czołowych czasopismach matematycznych, a także około 50 preprintów dotyczących równania Yanga-Baxtera umieszczonych w dziale "matematyka" w archiwum <http://front.math.ucdavis.edu/>, jedynie w latach 2015-2016.