

Projekt dotyczy schematów rekurencyjnych wyższego rzędu. Jest to formalizm modelujący programy korzystające z rekurencji wyższego rzędu, czyli takie, w których procedury mogą brać inne procedury jako argumenty. Mając dany schemat rekurencyjny możemy mówić o drzewie generowanym przez ten schemat; poszczególne gałęzie tego drzewa opisują wszystkie możliwe przebiegi uruchomienia naszego programu.

Mówiąc bardzo ogólnie, głównym celem projektu jest opracowanie narzędzi matematycznych służących do szacowania pewnych wielkości w drzewach generowanych przez schematy rekurencyjne. Korzystając z tych narzędzi, chcemy osiągnąć kilka celi szczegółowych:

1. Chcemy stworzyć algorytmy, które biorą na wejściu schemat rekurencyjny oraz opis jakiejś własności (zadany na przykład jako formuła logiczna) i sprawdzają, czy drzewo generowane przez dany schemat spełnia daną własność. Interesują nas przy tym własności, które mówią o ograniczoności bądź nieograniczoności pewnych wielkości, jak na przykład „istnieje wspólne ograniczenie na ilość zdarzeń x na każdej ścieżce drzewa”; chcemy więc rozważać logiki, które pozwalają na wyrażanie tego typu własności. Z jednej strony, oczekujemy algorytmów dla jak najbardziej wyrażalnych formalizmów (logik), umożliwiających podawanie jak najbardziej skomplikowanych własności; algorytmy te będą jednak zapewne bardzo wolne. Z drugiej strony, chcemy zaproponować odpowiednio ograniczone formalizmy, być może o mniejszej wyrażalności, dla których możliwe będzie opracowanie algorytmów działających szybciej—na tyle szybko, aby dało się ich używać w praktyce.
2. Chcemy także stworzyć nowy algorytm obliczającym domknięcie w dół dla języka rozpoznawanego przez dany schemat rekurencyjny (oraz algorytmy rozwiązujące podobne problemy). Domknięcie języka w dół powstaje przez rozważenie wszystkich słów powstałych przez usuwanie liter ze słów z oryginalnego języka. Takie domknięcie w dół jest zawsze językiem regularnym, może być więc opisane za pomocą automatu skończonego, który jest znacznie prostszym obiektem niż schemat rekurencyjny. Zatem obliczając domknięcie w dół języka rozpoznawanego przez schemat rekurencyjny uzyskujemy przybliżenie schematu rekurencyjnego przez prostszy obiekt, który można później łatwiej przeanalizować. Okazuje się, że kluczową trudnością w tym zagadnieniu jest umiejętność szacowania, czy pewne zdarzenia mogą zajść dowolnie wiele razy, czy nie.
3. Ponadto, chcemy poznać teoretyczne własności klas języków rozpoznawanych przez schematy rekurencyjne wyższego rzędu. W szczególności chcemy: uzyskać lemat o pompowaniu dla tych języków; stwierdzić, czy są one językami kontekstowymi; stwierdzić, czy każdy schemat rekurencyjny jest równoważny tzw. bezpiecznemu schematowi rekurencyjnemu.
4. Przy okazji chcemy także rozwinąć formalizmy mówiące o ograniczoności pewnych wielkości, bez bezpośredniego odniesienia do schematów rekurencyjnych.

Badania realizowane w projekcie będą miały charakter teoretyczny, będą głównie polegały na wymyślaniu i dowodzeniu twierdzeń. Ponadto, chcemy również napisać programy implementujące niektóre z uzyskanych przez nas algorytmów.

Tematyka proponowanych badań ma dość bliski związek z algorytmami automatycznej weryfikacji programów komputerowych; chodzi o to, aby, mając dany program oraz opis jego oczekiwanych własności, stwierdzić, czy program ten spełnia podane własności. W ścisłym sensie problemu tego nie da się rozwiązać komputerowo; nie można nawet stwierdzić, czy dany program kiedyś się zakończy (jest to problem nierozstrzygalny). Możemy jednak zignorować niektóre konkretne obliczenia wykonywane przez program i wartości trzymanych przez niego zmiennych, a badać tylko ogólną strukturę programu. Najczęściej weryfikuje się w ten sposób pojedyncze procedury, w których nie ma żadnej rekurencji; procedury takie można modelować za pomocą automatów skończonych (systemów skończenie stanowych). Jednak wiele programów pisanych jest w sposób rekurencyjny, a większość współczesnych języków programowania zezwala na używanie rekurencji wyższego rzędu. Jak już wspomnieliśmy, schematy rekurencyjne są właśnie uproszczonymi modelami programów, w których występuje rekurencja wyższego rzędu. W efekcie naszych badań chcemy poszerzyć klasę dozwolonych własności, dla których tego typu automatyczna weryfikacja będzie możliwa, o własności mówiące o tym, że dana wielkość jest ograniczona bądź nieograniczona.

Jednocześnie, znaczna część proponowanych badań ma charakter głównie teoretyczny i nie jest bezpośrednio motywowana zagadnieniami praktycznymi. Po prostu rozważamy naturalne pojęcie, jakim są schematy rekurencyjne wyższego rzędu, i chcemy poznać jak najwięcej jego własności. Pytania i zagadnienia, które planujemy badać, są istotnymi pytaniami otwartymi w teorii automatów; niektóre z nich pojawiają się w wielu publikacjach.