

Celem proponowanego projektu badawczego jest nie tylko rozwiązanie trudnych matematycznych problemów; rozwinie on również dziedzinę komputerowo wspieranych dowodów w matematyce. W tym podejściu, komputer nie jest używany w celu uzyskania przybliżonych symulacji (o nie do końca znanej dokładności) zachowania układów dynamicznych; używamy komputera do *zweryfikowania* matematycznych własności systemu.

W przypadku ciągłych problemów które są przedmiotem projektu badawczego, jest to prawdziwa zmiana paradygmatu: wchodzimy w epokę w której zaawansowane metody numeryczne są wyposażone w aparat matematycznej walidacji ich poprawności. Wszelkie oszacowania błędów są robione na bieżąco w trakcie obliczeń. Tego typu informacja może być wykorzystana w celu automatycznego optymalizowania metody: stosowana dyskretyzacja jest w pełni kontrolowana i może być adaptowana do potrzeb problemu. Tego typu podejście owocuje bardzo efektywnymi, ściśle kontrolującymi błędy, metodami numerycznymi, które są bardzo dobrze przystosowane do badania nieliniowych układów dynamicznych.

Wierzymy że ścisła numeryka będzie mieć coraz większe znaczenie wraz z rozwojem wpływu komputerów na nasze codzienne życie i na badania naukowe. Im bardziej jesteśmy zależni od obliczeń numerycznych, tym ważniejsze jest abyśmy mogli im w pełni ufać. Tego typu pewność jest ważna w wielu zastosowaniach; przykładowo w industrialnej robotyce bądź w symulacjach komputerowych dla przemysłu farmaceutycznego. Z matematycznego punktu widzenia, możliwość używania komputera jako integralnej części aparatury dowodowej otwiera możliwości rozwiązywania nowych problemów, które dawniej były poza zasięgiem.

Teorie oraz techniki powiązane z komputerowo wspieranymi dowodami otwierają nową dziedzinę, a zaangażowani w nią naukowcy czerpią korzyść z połączenia czystej matematyki z siłą symulacji komputerowych.

Naszym celem jest zastosowanie tego podejścia w równaniach różniczkowych cząstkowych. Jeden z problemów milenijnych dotyczy równań cząstkowych, w szczególności równania Naviera-Stokesa, którym to między innymi równaniem planujemy się zajmować. Cytując Clay Mathematics Institute, który zafundował nagrodę za rozwiązanie problemu: 'Choć równania te zostały spisane w 19 wieku, nasze zrozumienie ich pozostaje nikłe. Wyzwaniem jest opracowanie matematycznej teorii, dzięki której sekrety równań Naviera-Stokesa zostałyby odkryte'. Wspominamy o tym nie po to, aby twierdzić że jesteśmy w stanie rozwiązać milenijny problem, ale aby podkreślić wagę podjętej przez nas tematyki. Wyniki idące w kierunku rozwiązania problemu są uznawane za ważne i istotne przez środowisko naukowe. Uważamy że nasze badania idą w tym kierunku.