

## POPULARNONAUKOWE STRESZCZENIE PROJEKTU

Celem projektu jest matematyczna analiza układów nieliniowych równań różniczkowych cząstkowych, które pochodzą z nauk przyrodniczych: z biologii matematycznej oraz z mechaniki ośrodków ciągłych.

Równania różniczkowe cząstkowe stanowią podstawowe narzędzie matematyczne, służące do badania zjawisk przyrodniczych. Serce nowożytniej, ilościowej fizyki, a następnie innych nauk przyrodniczych, wiąże się z opisaniem zjawisk przyrodniczych właśnie przy pomocy równań różniczkowych cząstkowych (dyfuzja, propagacja fal, przepływ cieczy, równania pola ogólnej teorii względności).

W ramach projektu planuję badać:

A. Własności rozwiązań układów równań różniczkowych cząstkowych związanych z chemotaksją, a dokładniej własności nielokalnego układu Kellera-Segela. Chemotaksja to ruch w odpowiedzi na sygnał chemiczny. Najważniejsze przykłady to odżywanie się (np. insektów) oraz proces reprodukcji stymulowany przez feromony. Z punktu widzenia nauk biologicznych i medycznych, równie ważnym przykładem jest chemicznie indukowana morfogeneza (np w przypadku kancerogenezy, ważne jest zrozumienie procesu angiogenezy wywołanej przez komórki rakowe w celu jej powstrzymania) oraz procesy zdrowienia.

Główny cel mojego projektu w zakresie badania nielokalnego układu Kellera-Segela to udowodnienie, że jego tzw. przypadek krytyczny zachowuje się inaczej, niż postulowały to dotychczasowe hipotezy: mianowicie, że rozwiązania zachowują gładkość. Powodem podjęcia tej tematyki badawczej jest z jednej strony chęć zajmowania się problemami mającymi rzeczywiste uzasadnienie pochodzące z zastosowań, a z drugiej strony potrzeba zmierzenia się z analitycznymi trudnościami związanymi z otwartym pytaniem badawczym postawionym przez specjalistów w tej dziedzinie.

B. Istnienie, jednoznaczność i optymalną regularność rozwiązań układów równań cząstkowych pochodzących z mechaniki ośrodków ciągłych, a dokładniej, z hydrodynamiki nienewtonowskiej. Teoria mechaniki ośrodków ciągłych stanowi jeden z kilku najważniejszych działów matematyki z perspektywy jej zastosowań. Układ Naviera-Stokesa modeluje przepływ nieściśliwej, lepkiej cieczy. Jego badanie leży w centrum zainteresowań nowoczesnej matematyki: jednoznaczność / regularność rozwiązań tego układu to tzw. 6. Problem Milenijny. Interesująca mnie nienewtonowska wersja układu Naviera-Stokesa pozwalają badać i modelować przepływ cieczy nienewtonowskich (np. krew, niektóre zawiesiny, asfalt, emulsje).

Główny cel mojego projektu w zakresie mechaniki ośrodków ciągłych to pokazanie istnienia, jednoznaczności i optymalnej regularności (czyli dokonanie praktycznie kompletnej analizy modelu) stacjonarnego, nienewtonowskiego układu Stokesa z bardzo nieregularnymi siłami. Tutaj, podobnie jak poprzednio, powodem podjęcia tematyki badawczej jest z jednej strony potrzeba zajmowania się równaniami modelującymi procesy fizyczne, a z drugiej ambicja odpowiedzenia na otwarte pytanie analityczne: w tym przypadku, jest to otwarty problem stworzenia tzw. nieliniowej teorii Calderóna-Zygmunda dla prawej strony o regularności znacznie poniżej danej przez naturalną dualność problemu.