Pojęcie grupy losowej zostało wprowadzone przez Gromova, w celu nadania matematycznego sensu pytaniom: „jak wygląda typowa grupa?” oraz „jakie własności grup są typowe?”. Zdefiniował on grupę losową o ustalonej gęstości jako grupę o prezentacji $\langle S|R\rangle$, gdzie S to zbiór co najmniej dwóch generatorów, zaś R to zbiór losowo wybranych cyklicznie zredukowanych słów długości l nad alfabetem S. Parametrem w tym modelu jest gęstość, która określa jak duża jest moc zbioru R. Badania tych modeli skupiają się na odpowiedzi na pytania dotyczące własności grup losowych, które zachodzą z prawdopodobieństwem dążącym do jedynki gdy l – długość losowanych słów dąży do nieskończoności. Losowym kompleksem flagowym nazywamy flagowy kompleks symplicjalny którego 1-szkielet jest grafem losowym. Na losowe kompleksy flagowe można patrzeć jak na wyżej wymiarowe uogólnienie grafów losowych.

Celem projektu jest badanie grup losowych oraz losowych kompleksów flagowych. Własności, które będziemy analizować to Własność (T) – oznaczająca zerowanie się pierwszej grupy kohomologii o współczynnikach w każdej reprezentacji unitarnej danej grupy, Własność Haagerupa, będąca silną negacją Własności (T) oraz pierwsza liczba ℓ^2-Bettiego, czyli wymiar von Neumanna pierwszej grupy kohomologii. Pojęcia te znalazły szereg zastosowań w różnych gałęziach matematyki, toteż pogłębianie ich zrozumienia stanowić będzie fundamentalny wkład do współczesnej matematyki. Jest to jednym z celów naszego projektu, zaś zasadniczym zadaniem jest pogłębienie zrozumienia zachowania grup losowych i kompleksów flagowych.

Okazało się, że dla dużego zakresu gęstości grupy losowe w modelu Gromova posiadają szereg ciekawych własności: są hiperboliczne, beztorsyjne oraz posiadają Własność (T) – dostarczyły nowej klasy przykładów grup z tą własnością. Naszym celem jest ustalenie dla jakiego zakresu gęstości grupy losowe w tym modelu mają Własność (T), Własność Haagerupa oraz zerową pierwszą liczbę ℓ^2-Bettiego.

Inne modele grup losowych, które będziemy badać to model czworokątny i sześciokątny, w którym rozpatrujemy grupę o prezentacji $\langle S|R\rangle$, gdzie S to zbiór generatorów, a R to zbiór losowych cyklicznie zredukowanych słów długości 4 i 6, odpowiednio. W ich przypadku skupiamy się na badaniu własności zachodzących z dużym prawdopodobieństwem, gdy moc zbioru S rośnie do nieskończoności. Okazało się, że model ten jest znacznie prostszy do analizy niż model Gromova. Planujemy dokładne jego zbadanie, aby po pierwsze zdobyć nowe informacje o zachowaniu grup losowych, a po drugie aby wypróbować w prostszej sytuacji techniki i narzędzia, których chcemy docelowo użyć do analizy modelu Gromova. Naszym celem jest ustalenie dla jakiego zakresu parametru gęstości grupy losowe w modelu czworokątnym mają Własność (T), Własność Haagerupa oraz zerową pierwszą liczbę ℓ^2-Bettiego. Ostatnim zadaniem jest zbadanie własności grup podstawowych losowych kompleksów flagowych. Chcemy ustalić dla jakich parametrów grupa podstawowa takiego kompleksu ma zerową pierwszą liczbę ℓ^2-Bettiego.

Oczekujemy, że zastosowane przez nas nowe narzędzia: kryteria spektralne, zmodyfikowane systemy ścian oraz mieszane czworokątno-trójkątne modele grup losowych oprócz dostarczenia odpowiedzi na postawione w projekcie pytania, przyczynią się do generalnego rozwoju dziedziny. Ponadto nasze badania pozwolą na porównanie grup losowych o gęstościach dla których mają Własność (T) z grupami o gęstościach dla których Własności (T) nie mają. Pozwoli to na zidentyfikowanie kluczowych różnic między nimi i ustalenie „co jest prawdziwą przeszkodą” do posiadania Własności (T) przez grupę losową. Analogicznie zamierzamy ustalić jakie „przeszkody” występują w przypadku Własności Haagerupa oraz zerowania pierwszej liczby ℓ^2-Bettiego (dla nich zbadamy również losowe kompleksy flagowe).

Na grupy losowe można patrzeć również jak na teorio-grupowe odpowiedniki grafów losowych. Grafy losowe stanowią uznaną i ważną dziedzinę matematyki, przyczyniając się do odpowiedzi na znaczące pytania z różnych gałęzi matematyki. Wierzymy, że grupy losowe i losowe kompleksy flagowe mogą odegrać podobną rolę, co stanowi dodatkową motywację do pogłębiania wiedzy o tych obiektach.