

Teoria układów dynamicznych znajduje szerokie zastosowanie w wielu gałęziach współczesnej nauki. Jej metody i narzędzia wykorzystuje się nie tylko do rozwiązywania problemów ściśle technicznych, ale również przy analizie zjawisk takich jak zmiany klimatu, zachowania rynków finansowych czy procesy zachodzące w ludzkim mózgu. Zwyczajowo, za podstawę wszelkich badań w tym kierunku uznaje się analizę punktów stacjonarnych (inaczej zwanych punktami stałymi) rozważanego systemu, tj. punktów, w których prędkość zmian zachodzących w układzie (pierwsza pochodna przemieszczenia) wynosi zero i tym samym znajduje się on w stanie równowagi.

W ostatnim czasie przywołana teoria została rozszerzona o nowy rodzaj punktów krytycznych, znanych jako punkty jednostajne (z ang. *perpetual points*), których to analiza stanowi przedmiot badań proponowanego projektu. W odróżnieniu od punktów stałych, w punktach jednostajnych wyzerowaniu ulega przyspieszenie układu (druga pochodna przemieszczenia), podczas gdy prędkość pozostaje niezerowa. Punkty jednostajne zostały wprowadzone przez A. Prasada w 2014 roku. W oryginalnej pracy zasugerowano ich liczne zastosowania, m. in. przy badaniu rodzaju układów (dyssypatywne czy konserwatywne), czy lokalizowaniu ukrytych atraktorów. Jednakże, zarówno problem ich interpretacji jak i analiza właściwości nadal pozostają otwarte. Celem projektu jest próba znalezienia odpowiedzi na szereg pytań związanych z właściwościami omawianych punktami.

Badania rozpoczną się od poszukiwania punktów jednostajnych zarówno w elementarnych, jak i złożonych modelach dynamicznych. Pozwoli to na lokalizację i w konsekwencji analizę stanów układu, do których punkty te prowadzą. Stany te, zwane atraktorami, są jednym z fundamentalnych pojęć omawianej teorii. Oznaczają one ustalone zachowanie układu (ustaloną dynamikę) po okresie przejściowych perturbacji, potrzebnych do ustabilizowania się systemu na danym atraktorze. Z punktu widzenia badań, szczególnie interesujące są układy posiadające wiele koegzystujących atraktorów, zwane układami multistabilnymi. W takich przypadkach finalny stan systemu zależy od warunków, w jakich znajdował się on w początkowej fazie pracy. Analiza takich układów stanowi prężnie rozwijającą się gałąź dynamiki i podczas realizacji projektu zostanie na nie położony szczególny nacisk.

Podczas prac nad projektem przestudiowany zostanie również wpływ konstrukcji rozważanych modeli jak i ich parametrów na zachowanie punktów jednostajnych. Punkty te, podobnie jak punkty stałe, mogą występować pojedynczo w systemie (punkty unikalne), ale również koegzystować ze sobą, tworząc złożone struktury w przestrzeni fazowej, tj. obszarze pracy systemu.

W celu realizacji zadań projektu wykorzystane zostaną zarówno elementarne, jak i złożone narzędzia używane podczas prac nad układami dynamicznymi. Algorytmy numeryczne pozwolą wyznaczyć wartości punktów jednostajnych występujących w rozważanych systemach i dynamikę pracy samych układów. W przypadku układów multistabilnych, baseny przyciągania umożliwią zidentyfikowanie obszarów warunków początkowych, które prowadzą do różnych atraktorów. Z kolei mapy Poincare posłużą do określenia dynamiki uzyskanych rozwiązań, która może mieć zarówno charakter regularny (stany okresowe, powtarzalne), jak i chaotyczny. Istotna z punktu widzenia właściwości punktów jednostajnych będzie także analiza teoria punktów stałych, które stanowiły motywację do wprowadzenia tych pierwszych.

Powodem podjęcia tematyki badawczej będącej przedmiotem projektu jest nieustanny rozwój teorii układów dynamicznych, o którym była mowa na wstępie. Jeśli dokonamy dogłębnej analizy właściwości punktów jednostajnych, odpowiednio je zinterpretujemy i w konsekwencji zrozumiemy mechanizm ich działania, mogą się one stać nowym i niezwykle użytecznym narzędziem przy studiowaniu zarówno prostych, jak i zaawansowanych problemów dynamicznych. Niezależnie od złożoności, analizę tych problemów zwyczajowo rozpoczyna się od badań punktów stacjonarnych. Być może, w przypadku pozytywnych rezultatów prac planowanych w proponowanym projekcie, punkty jednostajne staną się kolejnym, ważnym elementem w studiach badaczy rozwiązujących zagadnienia dynamiki.