

GÓRNE I DOLNE OGRANICZENIA DLA PROCESÓW STOCHASTYCZNYCH

BOUNDS

dr hab. Witolds Bednorz

Instytut matematyki, MIM, Uniwersytet Warszawski

Procesem stochastycznym nazywamy rodzinę zmiennych losowych indeksowaną dowolnym zbiorem. Procesy losowe należą do grona najważniejszych obiektów badań w teorii prawdopodobieństwa dlatego duży wysiłek poczyniono aby zrozumieć ich podstawowe własności. Rozważając ustalony proces stochastyczny można wprowadzić pojęcie trajektorii jako funkcji zadanej na wyszczególnionym zbiorze indeksów jako ewaluacji procesu na konkretnym elemencie losowym. Główny nurt badań podstaw teorii procesów losowych dotyczy własności trajektorii takich jak ich kształt, ich regularność taka jak ograniczoność czy ciągłość. Istotą rzeczy jest aby to czy zadany proces ma czy nie rozważaną własność dla prawie wszystkich trajektorii zależało od pewnych charakterystycznych, dających się policzyć parametrów. Głównym celem projektu BOUNDS jest badanie górnych i dolnych ograniczeń trajektorii procesów stochastycznych w terminach geometrii narzuconej na ich zbiory indeksów. Projekt odnosi się do monografii profesora M. Talagrand, wydanej w zeszłym roku, która ilustruje najnowsze osiągnięcia w dziedzinie badania regularności struktur losowych. Wśród podstawowych przykładów procesów, których ta teoria dotyczy należy wymienić procesy gaussowskie jak i procesy znaków losowych – tak zwane procesy Bernoulliego. Wymienione obiekty mają zaskakująco prostą strukturę losową jednakże odpowiedzi na najprostsze pytania dotyczące ograniczoności trajektorii okazały się być dużymi wyzwaniem. Po wielu latach badań zapoczątkowanych przez R. Dudley'a i X. Fernique'a w latach sześćdziesiątych ubiegłego stulecia pełna geometryczna charakteryzacja ograniczoności procesów gausowskich została ostatecznie znaleziona przez M. Talagrand'a w 1987. Wktórcie potem postawił on podobne pytanie dotyczące procesów Bernoulliego znane pod nazwą "Hipotezy Bernoulliego". Mimo, że problem ten z biegiem lat stał się popularny w środowisku probabilistów nadto nagroda \$5000 została zaoferowana przez profesora M. Talagrand'a problem ten pozostawał otwarty przez 25 lat. Dopiero pod koniec 2012, R. Latała oraz kierownik projektu rozstrzygnęli pozytywnie hipotezę Talagrand. Wynik ten daje szansę na dalszy rozwój teorii w kierunku procesów kanonicznych, nieskończenie podzielnych i empirycznych, gdzie procesy Bernoulliego pełnią ważną rolę jak narzędzie konstrukcyjne. Projekt BOUNDS zakłada powołanie zespołu złożonego z polskich ekspertów i doktorantów oraz chętnego do współpracy post-doka z zagranicy. Istotą projektu jest to aby wykorzystać nowe metody które pojawiły się wraz z wykazaniem prawdziwości hipotezy Bernoulliego i dzięki temu wyjść poza aktualny stan wiedzy opisany w monografii Talagrand.