

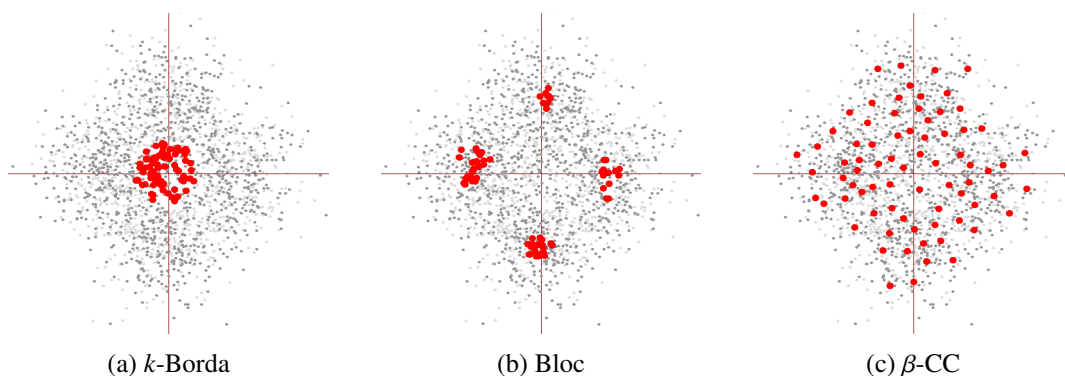
# Algorytmiczna i aksjomatyczna analiza systemów punktowania komitetów

W ramach proponowanego projektu chcemy się zająć teorią systemów wyborczych służących do wyboru komitetów, czyli zbiorów kandydatów o zadanym rozmiarze. Klasycznym przykładem są wybory parlamentarne, ale istnieje także wiele innych zastosowań. Na przykład firma, która chce wybrać nową paletę produktów może potraktować te produkty jako kandydatów, swoich klientów jako wyborców (z preferencjami wyborczymi uzyskanymi na podstawie badania rynku) oraz użyć systemu wyborczego, który gwarantuje wybranie takiego komitetu (czyli palety produktów), że każdy klient znajdzie co najmniej jeden interesujący. Takie własności ma, na przykład, system Chamberlin'a–Courant'a.

Planujemy zająć się nową klasą systemów wyborczych, tzw. systemami punktowania komitetów (ang. *committee scoring rules*). Systemy punktowania komitetów są bardzo zróżnicowane i posiadają bardzo różne własności (patrz Rysunek 1). Dzięki temu dla większości zadań można znaleźć odpowiednią metodę. Niestety jak na razie nie istnieje spójna, silna teoria, która pozwalałaby przewidywać własności systemów punktowania komitetów. Co gorsza, problem wyznaczania zwycięzców dla większości takich systemów jest NP-trudny, co oznacza, że naiwny sposób wyliczania wyników może trwać nawet setki lat. W ramach proponowanego projektu chcemy rozwiązać oba te problemy:

1. Nasz pierwszy cel to stworzenie szeregu twierdzeń matematycznych, które opisywałyby własności systemów punktowania komitetów. Twierdzenia takie mówiłyby, na przykład, jakiej postaci musi być system wyborczy, żeby gwarantować własność wyboru większościowego (tj., że jeśli większość wyborców skoordynuje swoje działania, to może wybrać dowolny komitet), czy też żeby zapewnić własność zróżnicowanego wyboru (tj., że każdy wyborca jest w miarę dobrze reprezentowany przez co najmniej jednego członka komitetu). Nasze wstępne wyniki pokazują, że wiele z takich wymagań jest wzajemnie sprzecznych i konieczne jest stworzenie teorii, która mówi kiedy i jakie własności da się zapewnić. Dzięki temu możliwy będzie dobór odpowiedniego systemu do zadanej sytuacji.
2. Nasz drugi cel to stworzenie algorytmów pozwalających efektywnie obliczać wyniki systemów punktowania komitetów. Mimo, że są to zadania NP-trudne, to nasze wstępne wyniki sugerują, że w wielu przypadkach istnieją efektywne algorytmy aproksymacyjne i heurystyczne.

Nasze wyniki powinny dać silne narzędzie, które pozwala dobrać system wyborczy do zadania tak, żeby dawał dobre wyniki i żeby można go było stosować w praktyce.



Rysunek 1: Wyniki trzech przykładowych systemów punktowania komitetów. Punkty ciemnoszare to kandydaci, jasnoszare to wyborcy, a duże czerwone kropki to członkowie zwycięskiego komitetu. Wyborcy formułują swoje preferencje wyborcze na podstawie odległości euklidesowej (innymi słowy, im dany "punkt kandydat" jest bliżej danego "punktu wyborcy" tym ten wyborca wyżej go ceni; tak więc rysunek przedstawia przestrzeń poglądów). Punkty (zarówno wyborcy jak i kandydaci) zostały wygenerowane zgodnie z mieszaniną czterech rozkładów Gaussa (ze środkami rozmieszczonymi symetrycznie). Jak widać różne systemy punktowe dają bardzo różne komitety. System  $k$ -Borda znajduje komitet kompromisowy odpowiadający "średnim poglądom", Bloc znajduje zagęszczenia wyborców (tutaj środki naszych rozkładów Gaussa), a system Chamberlin'a–Courant'a ( $\beta$ -CC) zapewnia, że każdy wyborca jest blisko jakiegoś członka komitetu.