

W projekcie mamy zamiar zająć się liniowymi równaniami różniczkowymi cząstkowymi typu parabolicznego. Naszym celem jest udowodnić istnienie i jednoznaczność rozwiązań tych równań w przestrzeni Höldera ze zmiennym wykładnikiem. Liniowe równania paraboliczne drugiego rzędu są podstawowymi równaniami różniczkowymi cząstkowymi.

Równania różniczkowe cząstkowe są to równania w których niewiadomą jest funkcja wielu zmiennych. Te zmienne mogą być różne. Mogą oznaczać np. miejsce w przestrzeni, czas, czy inne parametry. Równania te nazywamy różniczkowymi cząstkowymi, bo występują w nich pochodne cząstkowe po różnych zmiennych. Odkąd zostały sformułowane pierwsze równania różniczkowe cząstkowe w XVIII w. przez D'Alemberta, stanowią one bardzo ważną część matematyki. Są przedmiotem badań bardzo wielu naukowców. W matematyce zostało dokonanych dużo przełomowych odkryć związanych z nimi. Wiele z tych odkryć miało ogromny wpływ na inne dziedziny nauki jak fizyka, nauki inżynierskie, czy nawet nauki społeczne jak ekonomia i socjologia, gdyż równania różniczkowe cząstkowe opisują wiele zjawisk z otaczającego nas świata.

Jak już wspomnieliśmy szczególną rolę wśród równań różniczkowych cząstkowych odgrywają równania paraboliczne. Są one też bardzo istotne z punktu widzenia fizyki i różnych nauk inżynierskich. Równania te opisują zmiany w czasie gęstości ciała, rozkładu temperatury w ciele, bądź przepływu prądu w ośrodkach rozciągniętych. W projekcie mamy zamiar zająć się tymi równaniami w dotąd niezbadanym ujęciu tj. w przestrzeni Höldera ze zmiennym wykładnikiem. Zostały one już zbadane dla przestrzeni Höldera ze stałym wykładnikiem i innych ważnych przestrzeni funkcyjnych.

Jak zostało przed chwilą napisane przestrzenie Höldera są jednymi z pojawiających się w matematyce przestrzeni funkcyjnych. Przestrzenie funkcyjne są to upraszczając zbiory funkcji spełniających pewne własności. Przestrzenie ze zmiennym wykładnikiem pojawiły się przy badaniach nad przetwarzaniem obrazów. Zostało też pokazane, że przestrzenie te są istotne przy modelowaniu płynów elektoreologicznych tj. takich, które zawierają w sobie cząstki przewodników elektrycznych. Z tego powodu lepkość tych płynów zmienia się pod wpływem działania pola elektrycznego.

Konkretnym przykładem zjawiska, które może zostać opisane za pomocą liniowych równań parabolicznych w przestrzeni Höldera ze zmiennym wykładnikiem jest dyfuzja jakiejś substancji, która ma w sobie elementy przewodnika elektrycznego w innej. Obecnie dostępna wiedza matematyczna nie dostarcza narzędzi, które potrafiłyby opisać takie zjawisko oraz przewidzieć jak będzie ono przebiegało.

Widzimy stąd, że rezultaty naszych badań miałyby duży wpływ na rozwój matematyki teoretycznej, ale także innych dziedzin nauki, które są też stosowane np. w przemyśle.