

Popularnonaukowe streszczenie projektu badawczego

Mechanika kwantowa wymusiła na naukowcach wykształcenie nowych metod opisu przyrody. Okazało się, że odpowiedniego języka dostarcza tak zwana teoria operatorów. Właściwym obiektem opisującym dany układ kwantowy nie jest jednak pojedynczy operator, ale cała ich rodzina; struktury takie noszą nazwę algebr von Neumanna (od nazwiska Johna von Neumanna, jednego ze współtwórców matematycznych narzędzi używanych w mechanice kwantowej).

Dzisiaj znamy już bardzo wiele rodzajów algebr von Neumanna – struktura niektórych jest bardzo prosta, innych zaś niezwykle skomplikowana. Przez wiele lat tylko te proste przykłady były potrzebne w matematycznym opisie mechaniki kwantowej, pozostałe zaś, z różnych względów, były interesujące jedynie dla matematyków. Jednak wraz z nadejściem kwantowej teorii pola (odpowiednik mechaniki kwantowej, w którym dopuszczamy nieskończoną liczbę cząstek) sytuacja zmieniła się diametralnie – dotychczasowe narzędzia okazały się niewystarczające. Fizycy matematyczni, którzy próbowali rozszerzyć sposób opisu wykorzystujący algebry von Neumanna, zdali sobie sprawę, że w tym przypadku niezbędne są te najbardziej skomplikowane – tak zwane algebry typu III. Mimo że okazało się, że ludzkość na razie nie potrafi w ten sposób opisać kwantowej teorii pola, to pojawiła się motywacja, żeby zacząć dokładniej studiować algebry von Neumanna typu III, co będzie głównym celem projektu.

Powiedzieliśmy już, że algebry von Neumanna to rodziny operatorów. Jednak niektóre elementy takiej rodziny mają prostszą strukturę, inne zaś bardziej skomplikowaną. Naszym celem będzie zbadanie, w jaki sposób można przybliżyć te bardziej złożone elementy za pomocą tych, które łatwiej zbadać. Dobrym analogonem tej sytuacji w klasycznej geometrii jest przybliżanie okręgu przez wielokąty weń wpisane, o coraz większej liczbie boków. Naturalne jest jednak pytanie, co to znaczy, że okrąg jest dobrze przybliżony przez wielokąt. Jak już ustalimy metodę mierzenia dokładności przybliżenia, możemy spytać, jak dużo boków musi mieć wielokąt, żeby przybliżyć okrąg w sposób dla nas satysfakcjonujący. Na podobne pytania będziemy chcieli odpowiedzieć w naszym projekcie.

Innym tematem naszych badań będą odpowiedniki procesów losowych. Klasycznymi przykładami są: ciąg rzutów monetą lub ruch Browna, czyli chaotyczny ruch cząstek zawieszonych w płynie. Skoro w mechanice kwantowej opis przyrody jest zupełnie inny niż w fizyce klasycznej, również opis zjawisk losowych ulega zmianie. Będziemy zainteresowani różnymi przykładami procesów losowych opisywanych za pomocą algebr von Neumanna. Wśród nich znajdują się odpowiedniki rzutów monetą oraz ruchu Browna, ale nie będziemy się ograniczać do tych przykładów.

Nasz projekt ma przede wszystkim na celu przyspieszenie tempa badań nad algebrami von Neumanna typu III. Wierzimy, że stopniowo będziemy odkrywać coraz więcej związków z innymi działami matematyki, co może skutkować bardziej interdyscyplinarnymi projektami w przyszłości.